

$$A \times B = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

$$B^2 = B \times B = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

$$A \times B - B^2 = \{(1,2), (2,2)\}$$

۱

$$f(x) = \{(x, \frac{m^2}{x}) \mid x \neq 0\} \text{ و } (x, m) \text{ و } (-x, m) \text{ و } (x, m+2) \text{ و } (m, 4) \}$$

$$\begin{aligned} m^2 &= m+2 \\ m^2 - m - 2 &= 0 \\ (m-2)(m+1) &= 0 \end{aligned}$$

$$m \rightarrow \begin{cases} 2 \Rightarrow f(x) = \{\dots, (2,1), \dots, (2,4)\} \quad 2=2 \text{ و } 1 \neq 4 \quad \times \text{ غیر قابل قبول} \\ -1 \checkmark \end{cases}$$

$$g(x) = \{(x, \frac{m^2}{x}) \mid x \neq 0\} \text{ و } (x, 1) \text{ و } (m, 4) \text{ و } (x, m+2) \text{ و } (-x, m) \text{ و } (-1, 3) \}$$

$$\begin{aligned} m^2 &= m+2 \\ m^2 - m - 2 &= 0 \\ (m-2)(m+1) &= 0 \end{aligned}$$

$$m \rightarrow \begin{cases} 2 \checkmark \\ -1 \Rightarrow g(x) = \{\dots, (-1,4), \dots, (-1,3)\} \quad -1=-1 \text{ و } 4 \neq 3 \quad \times \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۲

$$\begin{aligned} ax+b &= x^2-1=0 \\ a &=-b \end{aligned}$$

* x^2-1 و $ax+b$ باید به ازای $x=1$ برابر باشند زیرا رابطه تابع است و $\perp$ در دامنه‌ی هر دو وجود دارد.

* x^3 و $ax+b$ باید به ازای $x=2$ برابر باشند زیرا رابطه تابع است و $\perp$ در دامنه‌ی هر دو وجود دارد.

$$2^3 = 2a+b$$

$$1 = 2(-b) + b$$

$$1 = -b$$

$$b = -1$$

$$a = -b = -(-1) = 1$$

$$a \times b = 1 \times (-1) = -1$$

۳

* $2x-3$ و $4x-3$ باید به ازای $x=K$ برابر باشند زیرا K در دامنه‌ی هر دو مشترک است و رابطه تابع است.

$$2(K)-3 = 4-3(K)$$

$$\Delta K = 7$$

$$K = \frac{7}{\Delta}$$

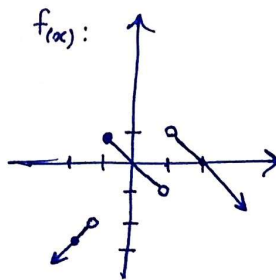
۴

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & x > 1 \quad \textcircled{1} \\ -x & -1 \leq x < 1 \quad \textcircled{2} \\ x-1 & x < -1 \quad \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} x=1 &\Rightarrow y=-1+2=1 \\ x=2 &\Rightarrow y=-2+2=0 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Graph of } y = -x \text{ for } -1 \leq x < 1$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{aligned} x=1 &\Rightarrow y=1-1=0 \\ x=-1 &\Rightarrow y=-1-1=-2 \end{aligned}$$



$$D = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$R = (-\infty, 1]$$

۵

الف) $\begin{cases} r y_r + x^r + 1 = 0 \\ r y_r = -x^r - 1 \end{cases} \Rightarrow x y_r = r y_r \Rightarrow \sqrt[r]{y_r} = \sqrt[r]{y_r} \Rightarrow y_r = y_r$ تابع است

$$\begin{aligned} \text{ب) } x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 &= 0 \\ 4y^2 - 12y &= -x^2 + 2x - 10 \end{aligned} \quad \begin{cases} 4y_1^2 - 12y_1 = -x_1^2 + 2x_1 - 10 \\ 4y_2^2 - 12y_2 = -x_2^2 + 2x_2 - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 4y_1^2 - 12y_1 &= 4y_2^2 - 12y_2 \\ y_1^2 - 3y_1 &= y_2^2 - 3y_2 \\ y_2^2 - y_1^2 &= 3(y_2 - y_1) \end{aligned}$$

$\Leftarrow$ $y_2 = y_1$ است زیرا که $y_2 \neq y_1$ پس $y_2 - y_1 \neq 0$ $\Rightarrow y_2 - y_1 = 3$ $\Leftarrow$ $y_2 = 2, y_1 = 1$ $\Leftarrow$ $y_2 - y_1 = 3(y_2 - y_1)$

$\Leftarrow$ $\boxed{\text{تمام نیست}}$ $\Leftarrow$ مثال نقیض

تابع نیست $\Rightarrow y$ می تواند خیلی عددی باشد $\Rightarrow 0 \times \sin y = y \times \underbrace{\sin 0}_0 \Rightarrow$ مثال نقض $(x=0^\circ)$ الف) $x \sin y = y \sin x$

$(x=0)$
 $\rightarrow \left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2\right)^2$
 $x, y \neq 0 \implies$
 $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 = 4$
 $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2 = 0$
 $\sqrt{\left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2} = 0$
 $\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = 0$
 $\frac{\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2}}{\sqrt{xy}} = 0$

$|x| - |y| = 0$
 $|x| = |y|$
 $\begin{cases} |y_1| = |x| \\ |y_2| = |x| \end{cases} \Rightarrow |y_1| = |y_2| \Rightarrow \boxed{\text{تابع نیست}} \times$
 $(y_1 \text{ لزوماً با } y_2 \text{ برابر نیست و می‌تواند قرینه‌ی آن باشد})$

الف) $\sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{3-x}{x}} = y$

$\frac{x-1}{x-3} \geq 0$ $\frac{x}{y} \begin{array}{c} 1 \quad 3 \\ + \quad - \quad - \quad + \\ \hline + \quad - \quad - \quad + \end{array} (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$

$\frac{3-x}{x} \geq 0$ $\frac{x}{y} \begin{array}{c} 0 \quad 3 \\ + \quad - \quad - \quad + \\ \hline + \quad - \quad - \quad + \end{array} (-\infty, 0) \cup [3, +\infty)$

$D = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

$$\boxed{D = [0, +\infty)}$$

الف) $x^2 - 7x + 6 > 0$
 $(x-6)(x-1) > 0$

x	1	6
y	+	-

 $(-\infty, 1] \cup [6, +\infty)$

$x^2 - 10x + 16 > 0$
 $(x-1)(x-2) > 0$

x	1	2
y	+	-

 $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

$D = (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

$$\frac{x^p - \sqrt{x+9}}{x^p - \log x + 9} > 0$$

$$\frac{(x-9)/(x-1)}{(x-1)(x-2)} > 0$$

x	1	2	9	∞
$x^p - \sqrt{x+9}$	+	0	-	+
$x^p - \log x + 9$	+	-	0	+
y	+	0	-	+

$$D = (-\infty, 1] \cup (2, 9] \cup (1, +\infty)$$

الف) $2x^2 - 5x + 3 > 0$

x	1	$\frac{3}{2}$
y	$+$	$+$

$(-\infty, 1) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

$3x^2 - 5x + 5 > 0$

x	1	$\frac{5}{3}$
y	$+$	$+$

$(-\infty, 1) \cup (\frac{5}{3}, +\infty)$

$D = (-\infty, 1) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

$$\frac{r_x^p - \omega x + w}{r_x^p - v x + p} > 0$$

x	1	$\frac{p}{v}$	$\frac{w}{r}$
$r_x^p - \omega x + w$	+	0	+
$r_x^p - v x + p$	+	0	-
y	+	0	+

$$D = (-\infty, \frac{p}{v}) \cup (\frac{w}{r}, +\infty) - \{1\}$$