

۱۵,۷۵

$$A \times B = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

$$B^r = B \times B = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

$$A \times B - B^r = \{(1,2), (2,2)\}$$

۱

$$f(x) = \{(3, \frac{m^2}{m+2}), (2,1), (-2, m), (-2, m), (3, \frac{m^2}{m+2}), (m, 4)\}$$

$$\begin{aligned} m^2 &= m+2 \\ m^2 - m - 2 &= 0 \\ (m-2)(m+1) &= 0 \end{aligned}$$

غیر قابل قبول $1 \neq 2$ و $2 \Rightarrow f(x) = \{\dots, (2,1), \dots, (2,4)\}$ $\checkmark$

$$g(x) = \{(3, \frac{m^2}{m+2}), (2,1), (m, 4), (3, \frac{m^2}{m+2}), (-2, m), (-1, 3)\}$$

$$\begin{aligned} m^2 &= m+2 \\ m^2 - m - 2 &= 0 \\ (m-2)(m+1) &= 0 \end{aligned}$$

$m \rightarrow 2 \Rightarrow \dots \rightarrow \dots$
 $m \rightarrow -1 \Rightarrow \dots$

به ازای هیچ مقدار m تابع نیست

غیر قابل قبول $3 \neq 4$ و $-1 = -1$ $\checkmark$ $g(x) = \{\dots, (-1, 4), \dots, (-1, 3)\}$

۲

$x^2 - 1$ و $ax + b$ باید به ازای $x=1$ برابر باشند زیرا رابطه تابع است و $\perp$ در دامنه‌ی هر دو وجود دارد.
 $ax + b = x^2 - 1 = 0$
 $a = -b$

x^3 و $ax + b$ باید به ازای $x=2$ برابر باشند زیرا رابطه تابع است و $\perp$ در دامنه‌ی هر دو وجود دارد.

$$2^3 = 2a + b$$

$$8 = 2(-b) + b$$

$$8 = -b$$

$$b = -8 \quad a = -b = -(-8) = 8$$

$$ax + b = 8x - 8 = -64$$

۳

$x^3 - 3$ و $2x - 3$ باید به ازای $x=K$ برابر باشند زیرا K در دامنه‌ی هر دو مشترک است و رابطه تابع است.

$$2(K) - 3 = K^3 - 3$$

$$\Delta K = 0$$

$$K = \frac{0}{0}$$

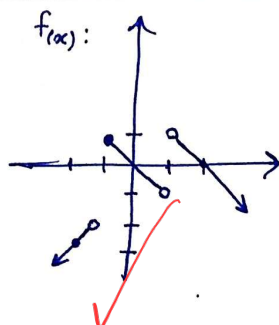
۴

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & x > 1 \text{ (1)} \\ -x & -1 \leq x < 1 \text{ (2)} \\ x-1 & x < -1 \text{ (3)} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} x=1 &\Rightarrow y = -1+2=1 \\ x=2 &\Rightarrow y = -2+2=0 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{aligned} x=1 &\Rightarrow y = 1-1=0 \\ x=-1 &\Rightarrow y = -1-1=-2 \end{aligned}$$



$$D = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$R = (-\infty, 1]$$

۵

الف) $\begin{cases} 2y^2 + x^2 + 1 = 0 \\ 2y^2 = -x^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow xy_1^2 = xy_2^2 \Rightarrow \sqrt{y_1^2} = \sqrt{y_2^2} \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است

ب) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 2x - 12y + 10 = 0 \\ 2y^2 - 12y = -x^2 + 2x - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y^2 - 12y = -x^2 + 2x - 10 \\ 2y^2 - 12y = -x^2 + 2x - 10 \end{cases} \Rightarrow y_1^2 - 6y_1 = y_2^2 - 6y_2$

مثال نقیض: اگر $y_1 = 2, y_2 = 1$ و $x_1 = 2, x_2 = 1$ داریم $2y_1^2 - 12y_1 = -x_1^2 + 2x_1 - 10$ و $2y_2^2 - 12y_2 = -x_2^2 + 2x_2 - 10$ که برقرار نیست.

تابع نیست $\times$

الف) $x \sin y = y \sin x$ $\Rightarrow x \sin y = y \sin x$ $\Rightarrow y$ می تواند خیلی عددی باشد تابع نیست $\times$

ب) $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2 = 2$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = 0$ $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{x}$ $\Rightarrow x = y$ $\Rightarrow \frac{x}{y} = 1$ $\Rightarrow x = y$

تابع نیست $\times$

الف) $\sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{3-x}{x}} = y$ $\Rightarrow \frac{x-1}{x-3} \geq 0$ $\Rightarrow \frac{x}{y} + 0 - 0 + 0$ $\Rightarrow x \in (0, 1]$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3}$ $\Rightarrow \sqrt{x} \geq 0$ $\Rightarrow \sqrt{y-1} = \sqrt{3} - \sqrt{x}$ $\Rightarrow 0 \leq x \leq 3$

تابع نیست $\times$

الف) $x^2 - 7x + 6 > 0$ $\Rightarrow (x-6)(x-1) > 0$ $\Rightarrow x < 1$ یا $x > 6$

ب) $x^2 - 10x + 16 > 0$ $\Rightarrow (x-2)(x-8) > 0$ $\Rightarrow x < 2$ یا $x > 8$

تابع نیست $\times$

الف) $2x^2 - 5x + 3 > 0$ $\Rightarrow (2x-3)(x-1) > 0$ $\Rightarrow x < \frac{1}{2}$ یا $x > 1$

ب) $3x^2 - 7x + 4 > 0$ $\Rightarrow (3x-4)(x-1) > 0$ $\Rightarrow x < \frac{4}{3}$ یا $x > 1$

تابع نیست $\times$