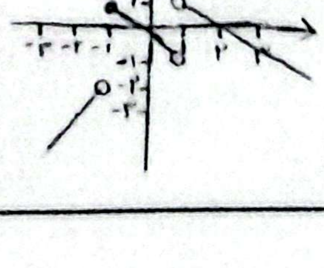
نام و نام خانوادگی ......سانیا ابراهیمی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱... کلاس ...یازدهم دختر B...

۱	$A=\{1,2,3\}$ $B=\{2,3\}$ $A\times B - B^2 = ? \Rightarrow I - II = \{(1,2),(1,3)\} \Leftarrow$ جواب $A\times B=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\} = I$ $B\times B=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\} = II$
۲	الف) $f(x)=\{(3,m^2),\overset{II}{(2,1)},(-3,m),(-2,m),(3,m+2),\overset{I}{(m,4)}\}$ شرط تابع بودن ⇐ به ازای x های برابر y ها هم باید برابر باشند ⇐ $(3,m^2)=(3,m+2) \Rightarrow m^2=m+2 \Rightarrow m^2-m-2=0$ $\Rightarrow (m-2)(m+1)=0 \Rightarrow m=2, m=-1$ با توجه به I و II: اگر $m=2 \Rightarrow (2,4)\neq(2,1) \Rightarrow$ ق ق ق اگر $m=-1 \Rightarrow$ تابع است $\Rightarrow$ $m=-1$ ب) $g(x)=\{(3,m^2),\overset{II}{(2,1)},\overset{I}{(m,4)},(3,m+2),(-2,m),\overset{III}{(-1,3)}\}$ ⇐ به ازای هیچ مقدار m این مجموعه تابع نیست $(3,m^2)=(3,m+2) \Rightarrow m^2=m+2 \Rightarrow m^2-m-2=0 \Rightarrow (m-2)(m+1)=0$ ⇐ با توجه به شرط بالا $\Rightarrow m=2, m=-1$ با توجه به I و II اگر $m=2 \Rightarrow (2,4)\neq(2,1) \Rightarrow$ ق ق ق / اگر $m=-1 \Rightarrow (-1,4)\neq(-1,3) \Rightarrow$ ق ق ق با توجه به {I , III}
۳	$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & ; x\leq 1 \\ ax+b & ; 1\leq x\leq 2 \\ x^3 & ; x\geq 2 \end{cases}$ اگر $x=1 \Rightarrow f(x)=x^2-1=ax+b$ $\Rightarrow f(1)=1-1=a+b=0$ اگر $x=2 \Rightarrow f(x)=ax+b=x^3$ $\Rightarrow f(2)=2a+b=8$ $\Rightarrow \begin{cases} 2a+b=8 \\ -2\ \ a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 2a+b=8 \\ -2a-2b=0 \end{matrix} \Rightarrow -b=8 \Rightarrow b=-8$ $b=-8, a+b=0 \Rightarrow a=8$ $\Downarrow$ $a\times b=-64$ ← جواب
۴	$f(x)=\begin{cases} 2x-3 & ; x\geq K \\ 4-3x & ; x\leq K \end{cases}$ اگر $x=K \Rightarrow f(x)=2x-3=4-3x$ $\Rightarrow f(K)=2K-3=4-3K \Rightarrow 5K=7$ $\Rightarrow K=\frac{7}{5}$ ← جواب
۵	$f(x)=\begin{cases} -x+2 & ; x>1 \quad ① \\ -x & ; -1\leq x<1 \quad ② \\ x-1 & ; x<-1 \quad ③ \end{cases}$ $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ $R_f=(-\infty,1]$ I) برای رسم ابتدا عددگذاری می‌کنیم  I) ① $x=1 \Rightarrow f(1)=-1+2=1, f(2)=-2+2=0$ ② $x=-1 \Rightarrow f(-1)=1, x=1 \Rightarrow f(1)=-1$ ③ $x=-1 \Rightarrow f(-1)=-1-1=-2, f(-2)=-2-1=-3$

ادامه قسمت ب سوال ۱۰) $D_f=(-\infty,1)\cup(1,\frac{4}{3})\cup[\frac{3}{2},+\infty)$

۶

الف) $2y^3+x^2+1=0 \Rightarrow 2y^3=-x^2-1$ با توجه به تعریف ریاضی

$\rightarrow \begin{cases}2y_1^3=-x^2-1\\ 2y_2^3=-x^2-1\end{cases} \rightarrow 2y_1^3=2y_2^3 \Rightarrow y_1^3=y_2^3 \Rightarrow y_1=y_2 \Rightarrow$ تابع می‌باشد

ب) $x^2+4y^2-2x-12y+10=0 \Rightarrow \underbrace{x^2-2x+1}_{(x-1)^2}+\underbrace{4y^2-12y+9}_{(2y-3)^2}=0$

$\Rightarrow (x-1)^2+(2y-3)^2=0 \Rightarrow \begin{cases}x=1\\ y=\frac{3}{2}\end{cases} \Rightarrow \left|\begin{matrix}1\\ \frac{3}{2}\end{matrix}\right. \Rightarrow$ تک نقطه $\Rightarrow$ تابع می‌باشد

(ل) هر دو جمله صفر می‌باشند

۷

الف) $x\sin y = y\sin x \xrightarrow{\text{مثال نقض}} x=0 \Rightarrow (0)\sin y = y(0) \Rightarrow y\in\mathbb{R}$

(ل) تابع نیست

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=2 \xRightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2\sqrt{1}=4 \Rightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2=4$

$\Rightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=2 \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy}=2 \Rightarrow x^2+y^2=2xy \Rightarrow x^2-2xy+y^2=0 \Rightarrow (x-y)^2=0$

(ل) $\Rightarrow x=y \Rightarrow$ تابع است

۸

الف) $y=\sqrt{\frac{x-1}{x-3}}+\sqrt{\frac{2-x}{x}}$

$\frac{x-1}{x-3}\geq 0 \Rightarrow x=1,\ x=3$ ریشه‌ها — جدول علامت: $1,\ 3$: $+\ -\ +$

$\frac{2-x}{x}\geq 0 \Rightarrow x=0,\ x=2$ ریشه‌ها — جدول علامت: $0,\ 2$: $-\ +\ -$

$\left((-\infty,1]\cup(3,+\infty)\right)\cap(0,2]=(0,1]=D_f$

ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}=\sqrt{3}$

$\sqrt{y-1}=\sqrt{3}-\sqrt{x}$

$x\geq 0 \Rightarrow \sqrt{y-1}\geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{3}-\sqrt{x}\geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}\leq\sqrt{3}$

$\Rightarrow x\leq 3 \Rightarrow D_f=[0,3]$

۹

الف) $y=\frac{\sqrt{x^2-7x+6}}{\sqrt{x-10x+16}} \Rightarrow x\neq\frac{16}{9},\ x=1,\ x=6$

جدول علامت: $1,\ 6$: $+\ -\ +$ — جدول علامت: $\frac{16}{9}$: $+\ -$

$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)\geq 0$

$x-10x+16=-9x+16\geq 0 \Rightarrow x=\frac{16}{9}$

$(-\infty,1]\cup[6,+\infty)\cap(-\infty,\frac{16}{9})=(-\infty,1]=D_f$

ب) $y=\sqrt{\frac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}}$

$\frac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}\geq 0$

$x^2-7x+6=(x-1)(x-6) \Rightarrow x=1,\ x=6$

$x^2-10x+16=(x-2)(x-8) \Rightarrow x=2,\ x=8$

جدول علامت: $1,\ 2,\ 6,\ 8$: $+\ -\ +\ -\ +$

$D_f=(-\infty,1]\cup(2,6]\cup(8,+\infty)$

۱۰

الف) $y=\frac{\sqrt{2x^2-5x+3}}{\sqrt{3x^2-7x+4}}$

$3x^2-7x+4\geq 0$

$\Delta=49-4(3)(4)=1$

$x=\frac{7+1}{6}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

$2x^2-5x+3\geq 0 \Rightarrow \Delta=25-4(2)(3)=1 \quad x=\frac{7-1}{6}=\frac{6}{6}=1$

$x=\frac{5+1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

$x=\frac{5-1}{4}=\frac{4}{4}=1$

جدول علامت: $1,\ \frac{3}{2}$: $+\ -\ +$ — جدول علامت: $1,\ \frac{4}{3}$: $+\ -\ + \Rightarrow (-\infty,1)\cup(\frac{4}{3},+\infty)=II$

$(-\infty,1]\cup[\frac{3}{2},+\infty)=I$

$x\neq\frac{4}{3},1$

$I\cap II-\{\frac{4}{3},1\}=(-\infty,1)\cup[\frac{3}{2},+\infty)=D_f$

ب) $y=\sqrt{\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}}$

$\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}\geq 0 \Rightarrow$ ریشه‌ها با توجه به قسمت الف

جدول علامت: $1,\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2}$

ادامه در بالای صفحه

$2x^2-5x+3=0,\ a+b+c=0 \Rightarrow \begin{cases}x=1\\ x=\frac{3}{2}\end{cases}$

$3x^2-7x+4=0,\ a+b+c=0 \Rightarrow \begin{cases}x=1\\ x=\frac{4}{3}\end{cases}$