نیایش امانی «تکلیف شماره ۱» کلاس یازدهم B دختر

۱۸٫۵

۱- $A\times B - B^۲ = \{(۱,۲),(۱,۳),(۲,۲),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۳)\}$

$- \{(۲,۲),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۳)\} = \{(۱,۲),(۱,۳)\}$ ✓ ۲

۲- الف) $m^۲ = m+۲ \Rightarrow m^۲-m-۲=۰ \Rightarrow (m-۲)(m+۱)=۰ \Rightarrow m\begin{cases}+۲\\-۱\end{cases}$

$m=۲ \Rightarrow$ ✗ تابع $\boxed{m=-۱ \Rightarrow \text{تابع} ✓}$ ✓ ۲

ب) $m^۲ = m+۲ \Rightarrow m^۲-m-۲=۰ \Rightarrow (m-۲)(m+۱)=۰ \Rightarrow m\begin{cases}+۲\\-۱\end{cases}$

$m=۲ \Rightarrow$ ✗ تابع $m=-۱ \Rightarrow$ ✗ تابع ✓ به ازای هیچ عددی از m تابع نیست.

۳- $x=۱ \Rightarrow x^۲-۱=ax+b \Rightarrow ۰=a+b$

$x=۲ \Rightarrow ax+b=x^۳ \Rightarrow ۲a+b=۸$

$$\begin{array}{r} -a+\cancel{b}=۰ \\ ۲a+\cancel{b}=۸ \\ \hline a=۸ \end{array}$$

$a+b=۰ \Rightarrow a=۸ \Rightarrow b=-۸ \Rightarrow \boxed{a\times b=-۶۴}$ ✓ ۲

۴- $K=K$

$۲x-۳=۴-۳x \Rightarrow ۵x=۷ \Rightarrow x=\frac{۷}{۵} \Rightarrow \boxed{K=\frac{۷}{۵}}$ ✓ ۲

۵- $f(x)=\begin{cases}-x+۲ & ; x>۱\\ -x & ; -۱\leq x<۱\\ x-۱ & ; x<-۱\end{cases}$

۱

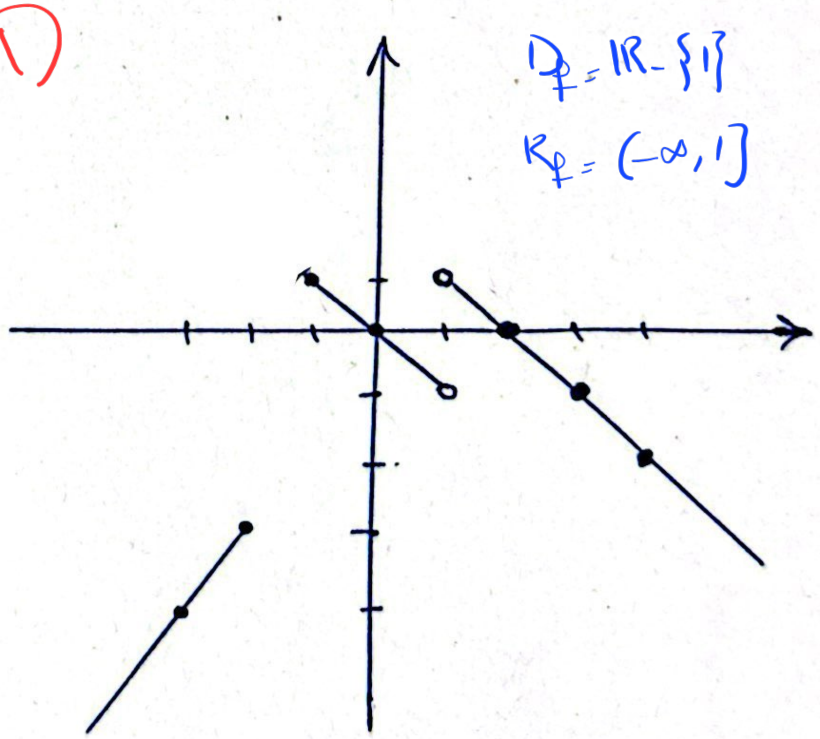
x	۲	۳	۴
y	۰	-۱	-۲

x	-۱	۰
y	+۱	۰

x	-۲	-۳
y	-۳	-۴

$D_f = \mathbb{R}-\{۱\}$

$R_f = (-\infty, ۱]$



۶- الف)

$$۲y^۳+x^۲+۱=۰$$

$$y^۳=\frac{-x^۲-۱}{۲} \Rightarrow y_۱^۳=\frac{-(x^۲+۱)}{۲},\quad y_۲^۳=\frac{-(x^۲+۱)}{۲} \Rightarrow y_۱^۳=y_۲^۳ \Rightarrow y_۱=y_۲$$ ✓

تابع ✓

②

ب)

$$x^۲+۴y^۲-۲x-۱۲y+۱۰=۰ \Rightarrow x^۲-۲x+۱+۴y^۲-۱۲y+۹=۰$$ ✓

$$(x-۱)^۲+(۲y-۳)^۲=۰$$

تک نقطه $\left|\begin{matrix}۱\\ \frac{۳}{۲}\end{matrix}\right.$ در عبارت صدق می‌کند و عبارت تابع بوده.

۷- الف) اگر $x=۰$ باشد $۰=y\sin ۰$ می‌شود و y پیوسته هر مقداری می‌تواند داشته باشد پس تابع نیست. ✓

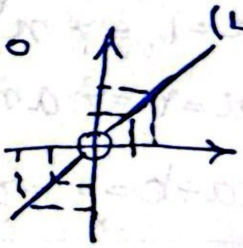
$$x\sin y=y\sin x$$

ب)

$$\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=۲ \Rightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{x}+۲=۴ \Rightarrow \frac{x^۲+y^۲-۲xy}{xy}=۰$$

$$\Rightarrow \frac{(x-y)^۲}{xy}=۰ \Rightarrow x=y \ \text{و}\ xy\neq ۰$$ ✓

②



۸- الف)

$$y=\sqrt{\frac{x-۱}{x-۳}}+\sqrt{\frac{۲-x}{x}}$$

$$[(-\infty,۱]\cup(۳,+\infty)]\cap(۰,۲]=\boxed{(۰,۱]}$$

$$\frac{x-۱}{x-۳}\geq ۰ \qquad \begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳ & \\ \hline + & ۰ & - & \nexists & + \end{array}$$

$$(-\infty,۱]\cup(۳,+\infty)$$

$$\frac{۲-x}{x}\geq ۰ \Rightarrow \begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۲ & \\ \hline - & \nexists & + & ۰ & - \end{array}$$

$$(۰,۲]$$ ✓

ب)

$$\sqrt{x}+\sqrt{y-۱}=\sqrt{۳}$$

$$a=\sqrt{x} \quad x\geq ۰ \qquad b=\sqrt{y-۱} \quad y-۱\geq ۰ \Rightarrow y\geq ۱$$

$$a+b=\sqrt{۳} \quad b=\sqrt{۳}-a$$

$$۰<a\leq\sqrt{۳} \Rightarrow ۰\leq\sqrt{x}\leq\sqrt{۳} \Rightarrow ۰\leq x\leq ۳$$ ✓

$$y-۱=(\sqrt{۳}-\sqrt{x})^۲ \Rightarrow y=+۱+(\sqrt{۳}-\sqrt{x})^۲$$

②

$$D_f=x\in[۰,۳]$$

۹- الف)

$y = \dfrac{\sqrt{x^۲ - ۷x + ۶}}{\sqrt{\boxed{x^۲} - ۱۰x + ۱۶}}$ ۱٫۲۵ $\boxed{x \geq ۱}$

$x^۲ - ۷x + ۶ \geq ۰ \Rightarrow (x-۶)(x-۱) \geq ۰$

$\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۶ & \\ \hline + & \phi & - & \phi & + \end{array}$ $(-\infty, ۱] \cup [۶, +\infty)$

$x^۲ - ۱۰x + ۱۶ > ۰ \Rightarrow$ $(x-۲)(x-۸) > ۰$ $\begin{array}{ccccc} & ۲ & & ۸ & \\ \hline + & \cancel{\phi} & - & \cancel{\phi} & + \end{array}$

$((-\infty, ۱] \cup [۶, +\infty)) \cap ((-\infty, ۲) \cup (۸, +\infty)) \Rightarrow \dfrac{(-\infty, ۲) \cup (۸, +\infty)}{\boxed{(-\infty, ۱] \cup (۸, +\infty)}}$

۹- ب)

$y = \sqrt{\dfrac{x^۲ - ۷x + ۶}{x^۲ - ۱۰x + ۱۶}} \Rightarrow \dfrac{x^۲ - ۷x + ۶}{x^۲ - ۱۰x + ۱۶} \geq ۰ \Rightarrow \dfrac{(x-۱)(x-۶)}{(x-۲)(x-۸)} \geq ۰$

$\begin{array}{ccccccccc} & ۱ & & ۲ & & ۶ & & ۸ & \\ \hline + & \phi & - & \cancel{\phi} & + & \phi & - & \cancel{\phi} & + \end{array}$ $\Rightarrow (-\infty, ۱] \cup (۲, ۶] \cup (۸, +\infty)$ ✓ $\boxed{۱٫۵}$

۱۰- الف)

$y = \dfrac{\sqrt{۲x^۲ - ۵x + ۳}}{\sqrt{۳x^۲ - ۷x + ۴}} \Rightarrow ۲x^۲ - ۵x + ۳ \geq ۰ \Rightarrow x^۲ - ۵x + ۶ \geq ۰$
$\Rightarrow (x-۲)(x-۳) \geq ۰ \Rightarrow (x-۱)(۲x-۳) \geq ۰$ $\boxed{۲}$

$\begin{array}{ccccc} & +۱ & & \frac{۳}{۲} & \\ \hline + & \phi & - & \phi & + \end{array}$ $(-\infty, +۱] \cup [\frac{۳}{۲}, +\infty)$ ✓

$۳x^۲ - ۷x + ۴ > ۰ \Rightarrow x^۲ - ۷x + ۱۲ > ۰ \Rightarrow (x-۳)(x-۴) > ۰ \Rightarrow (x-۱)(۳x-۴) \geq$

$\begin{array}{ccccc} & +۱ & & \frac{۴}{۳} & \\ \hline + & \cancel{\phi} & - & \cancel{\phi} & + \end{array}$ $(-\infty, ۱) \cup (\frac{۴}{۳}, +\infty)$

$((-\infty, +۱] \cup [\frac{۳}{۲}, +\infty)) \cap ((-\infty, ۱) \cup (\frac{۴}{۳}, +\infty)) = (-\infty, ۱) \cup [\frac{۳}{۲}, +\infty)$

ب)

$y = \sqrt{\dfrac{۲x^۲ - ۵x + ۳}{۳x^۲ - ۷x + ۴}} \Rightarrow \dfrac{(x-۱)(۲x-۳)}{(۳x-۴)(x-۱)} \geq ۰$

$\Rightarrow \begin{array}{ccccccc} & \overset{*}{۱} & & \frac{۴}{۳} & & \frac{۳}{۲} & \\ \hline + & \cancel{\phi} & + & \cancel{\phi} & - & \phi & + \end{array}$ ✓

$(-\infty, ۱) \cup (۱, \frac{۴}{۳}) \cup [\frac{۳}{۲}, +\infty)$