نام و نام خانوادگی : علیرضا کریمی تکلیف شماره : ۱ کلاس : یازدهم رشته B

۱-
$A=\{1,2,3\}$ $B=\{2,3\}$

$AB=\{(1,2)(1,3)(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$

$B^2=\{(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$

$AB-B^2=\{(1,2)(1,3)\}$

۲-
الف) $f(x)=\{(3,m^2)(2,1)(-3,m)(-2,m)(3,m+2)(m,4)\}$

$m^2=m+2 \longrightarrow m^2-m-2=0 \xrightarrow{\Delta=b^2-4ac} m=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}$

$m=\frac{1+3}{2}=2 \times \longrightarrow 1\neq 4$ تابع نیست

$m=\frac{1-3}{2}=-1 \checkmark$ $\underline{m=-1}$

ب) $g(x)=\{(3,m^2)(2,1)(m,4)(3,m+2)(-2,m)(-1,3)\}$

$m^2=m+2 \longrightarrow m^2-m-2=0 \longrightarrow m=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}$

$m=2 \longrightarrow 1\neq 4$ تابع نیست ×

$m=-1 \longrightarrow 3\neq 4$ تابع نیست ×

به ازای هیچ مقدار m تابع $g(x)$ نیست.

۳-
$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & ; x\leq 1 \\ ax+b & ; 1\leq x\leq 2 \\ x^3 & ; x\geq 2 \end{cases}$$

if $x=1 \longrightarrow x^2-1=ax+b \Rightarrow a+b=0$

if $x=2 \longrightarrow ax+b=x^3 \Rightarrow 2a+b=8$

$a=8$, $b=-8$ $\Rightarrow ab=8\times(-8)=\underline{-64}$

۴-
$$f(x)=\begin{cases} 2x-3 & ; x\geq k \\ 4-3x & ; x\leq k \end{cases}$$

if $x=k \longrightarrow 2k-3=4-3k$

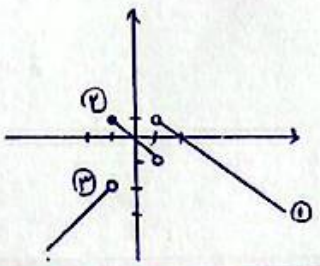
$5k=7 \Rightarrow k=\underline{\frac{7}{5}}$

۵-
$$f(x)=\begin{cases} -x+2 & ; x>1 \\ -x & ; -1\leq x<1 \\ x-1 & ; x<-1 \end{cases}$$

① $+\ |\ 1\ 2$

② $+\ |\ -1\ 1$

③ $+\ |\ -2\ -3$



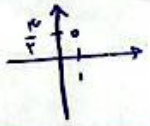
دامنه $D=\mathbb{R}-\{1\}$

برد $R=(-\infty,1]$

۶-
الف) $2y^3+x^2+1=0$ تعریف ریاضی $\begin{cases}(x,y_1)\in f \\ (x,y_2)\in f\end{cases} \longrightarrow \begin{matrix}2y_1^3=-1-x^2 \\ 2y_2^3=-1-x^2\end{matrix} \Rightarrow 2y_1^3=2y_2^3 \Rightarrow y_1=y_2$ ✓

تابع است.

ب) $x^2+4y^2-2x-12y+9+1=\underbrace{(x-1)^2}_{x=1}+\underbrace{(2y-3)^2}_{y=\frac{3}{2}}=0$



تابع است. ✓

۷-
الف) $x\sin y=y\sin x$

مثال نقض $x=0 \longrightarrow y\underbrace{\sin 0}_{0}=0 \Rightarrow y=\mathbb{R}$ تابع نیست

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2\sqrt{1}=4 \Rightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=2$

$\longrightarrow \frac{x^2+y^2}{xy}=2 \Rightarrow x^2+y^2-2xy=0$

$(x-y)^2=0 \Rightarrow x=y$ تابع است.

-۸

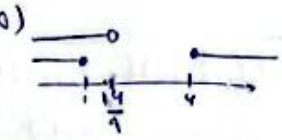
الف) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ ① ② $\quad 1 \to \frac{1\ 3}{+\ 0\ -\ 0\ +}$ $(-\infty,1]\cup(3,+\infty)$ $\quad 2 \to \frac{0\ 2}{-\ 0\ +\ 0\ -}$ $(0,2]$ $\Big\}\ D=(0,1]$

ب) $\underset{x\geq 0}{\sqrt{x}} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3}$ $\Rightarrow \sqrt{y-1} = \underset{+}{\sqrt{3}} - \underset{+}{\sqrt{x}} \geq 0$, $\sqrt{x} \leq \sqrt{3}$, $x \leq 3$ $\Rightarrow D=[0,3]$

-۹

الف) $y = \frac{\sqrt{x^2-5x+4}}{\sqrt{x-10x+14}}$ $\xrightarrow{①}$ $(x-1)(x-4)\geq 0$ $\quad \frac{1\ 4}{+\ 0\ -\ 0\ +}$ $\Rightarrow (-\infty,1]\cup[4,+\infty)$

$\underset{-9x+14}{\sqrt{x-10x+14}}$ ② $-9x+14>0$, $x<\frac{14}{9}$

$\xRightarrow{1,2}$  $\Rightarrow \boxed{D_y=(-\infty,1]}$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2-5x+4}{x^2-10x+14}} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x-4)}{(x-2)(x-7)} \geq 0$ $\quad \frac{1\ 2\ 4\ 7}{+\ 0\ -\ \|\ +\ 0\ -\ \|\ +}$ $\quad D_y=(-\infty,1]\cup(2,4]\cup(7,+\infty)$

-۱۰

الف) $\frac{\sqrt{2x^2-5x+3}}{\sqrt{3x^2-7x+4}}$

① $2x^2-5x+3\geq 0 \Rightarrow x^2-5x+6\geq 0$, $(x-2)(x-3)\geq 0$, $x=\frac{2}{2}=1$, $x=\frac{3}{2}$ $\quad \frac{1\ \frac{3}{2}}{+\ 0\ -\ 0\ +}$ $(-\infty,1]\cup[\frac{3}{2},+\infty)$

② $3x^2-7x+4>0 \Rightarrow x^2-7x+12\geq 0$, $(x-3)(x-4)\geq 0$, $x=\frac{3}{3}=1$, $x=\frac{4}{3}$ $\quad \frac{1\ \frac{4}{3}}{+\ 0\ -\ 0\ +}$ $(-\infty,1)\cup(\frac{4}{3},+\infty)$

$\Rightarrow D=(-\infty,1)\cup(\frac{4}{3},+\infty)$

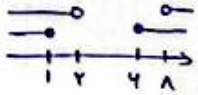
ب) $\sqrt{\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}} \geq 0 \longrightarrow \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} \geq 0$ $\longrightarrow$ $\quad \frac{1\ 2\ 3\ 4}{+\ 0\ +\ \|\ -\ \|\ +}$

$D=(-\infty,1)\cup(1,\frac{3}{2}]\cup(\frac{4}{3},+\infty)$

---

۹) الف) $\frac{\sqrt{x^2-5x+4}}{\sqrt{x^2-10x+14}}$ $\longrightarrow (x-1)(x-4)\geq 0$ $\quad \frac{1\ 4}{+\ 0\ -\ 0\ +}$ $\longrightarrow (-\infty,1]\cup[4,+\infty)$

$(x-2)(x-8)>0$ $\quad \frac{2\ 8}{+\ 0\ -\ 0\ +}$ $\longrightarrow (-\infty,2)\cup(8,+\infty)$



$D=(-\infty,1]\cup(8,+\infty)$