شماره تکلیف ۱ . آیدا محمدی گرد یازدهم دختران B

۱)

$A=\{1,2,3\}$ $A\times B=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$

$B=\{2,3\}$ $B^2=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$

$A\times B-B^2=?$ ⟶ $\{(1,2),(1,3)\}=A\times B-B^2$

---

۲)

الف) $f(x)=\{(3,m^2),(2,1),(-3,m),(-2,m),(3,m+2),(m,4)\}$

$m^2=m+2 \to m^2-m-2=0 \to m=-1$ قبول

$m=2 \to$ غ‌ق‌ق

$\{(3,1),(2,1),(-3,-1),(-2,-1),(3,1),(-1,4)\}$

ب) $g(x)=\{(3,m^2),(2,1),(m,4),(3,m+2),(-2,m),(-1,3)\}$

$m^2=m+2 \to m^2-m-2=0 \to m=-1$ غ‌ق‌ق

$m=2$ غ‌ق‌ق

هیچ مقدار m

---

۳)

$f(x)=\begin{cases} x^2-1 ; & x\leq 1\\ ax+b ; & 1\leq x\leq 2\\ x^3 ; & x\geq 2\end{cases}$

$f(1)=x^2-1=ax+b \to a+b=0$

$f(2)=2^3=8$

$f(2)=ax+b \to 2a+b=8$

$\begin{cases}2a+b=8\\ a+b=0\end{cases}$ (×−) ⟶ $a=8$

$8+b=0 \to b=-8$

$a\times b=-64$ ⟶ جواب

---

۴)

$f(x)=\begin{cases}2x-3 ; & x\geq k\\ 4-3x ; & x\leq k\end{cases}$

$2k-3=4-3k \Rightarrow 5k=7 \to k=7/5$

$k=x$ مقدار دو ضابطه در این نقطه باید برابر باشد.

---

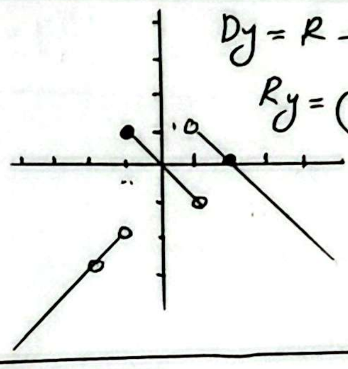
۵)

$f(x)=\begin{cases}-x+2 ; & x>1\\ -x ; & -1\leq x<1\\ x-1 ; & x<-1\end{cases}$

$f(1)=-1+2=1$, $f(2)=-2+2=0$, $f(3)=-3+2=-1$ } $-x+2$

$f(-1)=1$, $f(1)=-1$ } $-x$

$f(-1)=-2$, $f(-2)=-3$, $f(-3)=-4$ } $x-1$



$D_f=R-\{1\}$

$R_f=(-\infty,1]$

---

۶)

الف) $2y^3+x^2+1=0 \to \begin{cases}2y_1^3=-x^2-1\\ 2y_2^3=-x^2-1\end{cases} \to 2y_1^3=2y_2^3 \to y_1=y_2$ تابع است!

ب) $x^2+4y^2-2x-12y+10=0$

$x=1 \to 1+4y^2-2-12y+10=0 \to 4y^2-12y+9=0$

$(2y-3)^2=0 \to 2y-3=0 \to 2y=3 \to y=3/2$

$(1,3/2)$ ⟶ یک نقطه

تابع است.

(۷)

الف) $x\sin y = y\sin x$ ضرب $\frac{1}{xy}$ $\frac{\sin y}{y} = \frac{\sin x}{x}$ $y, x \neq 0$

$x=1 \rightarrow \sin y = y \leftarrow y=0$

ب) $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2 = (2)^2 \rightarrow \frac{x}{y} + 2 + \frac{y}{x} = 4 \rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \quad \frac{x^2+y^2}{xy} = 2$

$x^2 + y^2 - 2xy = 0 \rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow$ تابع

$x = y$

---

(۸)

الف) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$

I ∩ II $\rightarrow [0,1) = D_y$

I $\rightarrow \frac{x-1}{x-2} \geq 0 \rightarrow x=1 \quad x \neq 2$

II $\rightarrow \frac{2-x}{x} \geq 0 \Rightarrow x=1$ $x=0$ $x \neq 0$

$\frac{1}{+} \quad \frac{2}{+} \quad -$ $D_f = (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$

$\frac{0}{-} \quad \frac{2}{+} \quad -$ $D_f = (0, 2]$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{2}$ $x \geq 0$, $y \geq 1$ $\rightsquigarrow x \leq 2 \Rightarrow \sqrt{x} \leq \sqrt{2} \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x} - \sqrt{2}$

$D_y = [0, 2]$

---

(۹)

الف) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}{\sqrt{x^2 - 10x + 14}}$

$x^2 - 5x + 4 \geq 0 \rightarrow (x-1)(x-4) \geq 0 \rightarrow x \geq 1$, $x \geq 4$ ∩

$x^2 - 10x + 14 > 0 \rightarrow (x-2)(x-8) > 0 \rightarrow x > 2$, $x > 8$

$D_y = (8, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 10x + 14}} \geq 0$

صورت $\rightarrow x=1, x=4$

مخرج $\rightarrow x=2, x=8$

1	2	4	8
+	∄ −	0 +	∄ −

$D_y = (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (8, +\infty)$

---

(۱۰)

الف) $y = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 2}}{\sqrt{2x^2 - 7x + 4}}$

$2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 25 - 4(2)(2) = 9$ (۱)

$\frac{-b \pm 1}{4} = \frac{5-1}{4}, \frac{5+1}{4} \neq 2$

$(x-1)(x-\frac{1}{2}) \geq 0 \rightarrow x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$

$x - \frac{1}{2} \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{1}{2}$ ∩

$2x^2 - 7x + 4 > 0$

$(x-1)(x-\frac{4}{2}) > 0 \rightarrow x > 1$, $x > \frac{4}{2}$ ∩

$D_y = x \geq \frac{1}{2}$

ب)

$y = \sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 2}{2x^2 - 7x + 4}} \geq 0$

$x = 1, x = \frac{1}{2}$

$x = 1, x = \frac{4}{2}$

* 1	$\frac{4}{2}$	$\frac{1}{2}$
+ 0 +	∄ −	0 +

$D_y = (-\infty, 1) \cup (1, \frac{4}{2}] \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$