ماهور عطش پور - یازدهم ...

سوال ۱

الف) $A=\{1,2,3\}$ و $B=\{2,3\}$ باشد آنگاه حاصل عبارت $A\times B-B^2$ را بنویسید.

$A\times B=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$

$B\times B=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$

$(A\times B)\cap(B\times B)=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$

$A\times B-B^2=\{(1,2),(1,3)\}$

۲) مقدار m را طوری تعیین کنید که مجموعه های زیر تابع باشند

الف) $f(x)=\{(3,m^2),(2,1),(-3,m),(-2,m),(3,m+2),(m,4)\}$

$m^2=m+2 \rightarrow m^2-m-2 \rightarrow (m-2)(m+1) \rightarrow 2 ,\ -1$

$m=2 \rightarrow \{(2,1),(2,4)\} \rightarrow$ غیر تابع ✗

$m=-1 \quad \{(-1,4)\} \rightarrow$ تابع ✓

$m=-1$

ب) $g(x)=\{(3,m^2),(2,1),(m,4),(3,m+2),(-2,m),(-1,3)\}$

همان حالت بالا $\rightarrow m=$

$\rightarrow 2 \rightarrow \{(2,4),(2,1)\} \rightarrow$ غیر تابع ✗

$\rightarrow -1 \rightarrow \{(-1,3),(-1,4)\} \rightarrow$ غیر تابع

هیچ مقدار m $\rightarrow$ عبارت تابع نیست!

۳) اگر ضابطه ی مقابل یک تابع باشد $a\times b$ را بنویسید:

$$f(x)=\begin{cases}x^2-1 & ; x\le 1\\ ax+b & ; 1\le x\le 2\\ x^3 & ; x\ge 2\end{cases}$$

$x=1 \rightarrow x^2-1=ax+b \rightarrow 0=a+b$ (1)

$x=2 \rightarrow ax+b=x^3 \rightarrow 2a+b=8$ (2)

طبق (1) و (2) $\rightarrow a=8 ,\ b=-8 \rightarrow ab=-64$

۴) به ازای چه مقدار k رابطه ی مقابل یک تابع است؟

$$f(x)=\begin{cases}2x-3 & ; x\ge k\\ 4-3x & ; x\le k\end{cases}$$

$x=k \rightarrow 2k-3=4-3k$

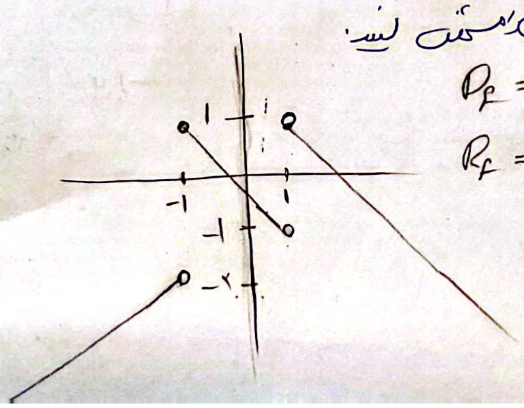
$\rightarrow 5k=7 \rightarrow k=\frac{7}{5}$

۵) شکل تابع مقابل را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.

$$f(x)=\begin{cases}-x+2 & ; x>1\\ -x & ; -1<x<1\\ x-1 & ; x<-1\end{cases}$$

$D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

$R_f=(-\infty,1]$



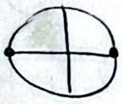
۶) تابع بودن روابط زیر را به روش دلخواه ثابت کنید.

الف) $2y^3+x^2+1 \xrightarrow{\text{ترتیب ریاضی}} 2y_1^3=2y_2^3 \to y_1^3=y_2^3 \to y_1=y_2$ ✓ تابع هست

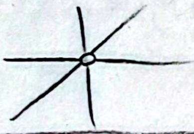
ب) $x^2+4y^2-2x-12y+10=0 \to (x^2-2x+1)+(4y^2-12y+9)=0 \to$
$(x-1)^2+(2y-3)^2=0 \to$ ۱ نقطه $=(1,\frac{3}{2}) \to$ ✓ تابع هست

---

۷) تابع بودن روابط زیر را به روش دلخواه بررسی کنید.

الف) $x\sin y = y\sin x \to$  $\to \{x=k\pi\} \Rightarrow y=\mathbb{R} \to$ تابع نیست

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=2$ (x و $y \neq 0$) $\xrightarrow{\text{توان } 2} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2=4 \to \frac{x^2+y^2}{xy}=2 \to x^2+y^2-2xy=0$

$(x-y)^2=0 \to x=y \to$  تابع است ✓

---

۸) دامنه توابع

الف) $y=\sqrt{\frac{x-1}{x-3}}+\sqrt{\frac{2-x}{x}}$ ($2-x=-(x-2)$) $\Rightarrow ①\cap② = (0,1] = D_f$

① : 1 , 3 : $+$ $-$ $+$

② : 0 , 2 : $-$ $+$ $-$

ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}=\sqrt{4}$

$x\geq 0 \to D_f=[0,+\infty)$

---

۹) دامنه توابع

الف) $y=\frac{\sqrt{x^2-7x+6}}{-9x+16=\sqrt{x-10x+16}}$

$\sqrt{x^2-7x+6} \to ①$: 1 , 6 : $+$ $-$ $+$

$-9x+16 \to ②$: $\frac{16}{9}=1.7$: $+$ $-$

$①\cap② = (-\infty,1]$

ب) $y=\frac{\sqrt{x^2-7x+6}}{\sqrt{x^2-10x+16}}$

① : 1 , 6 : $+$ $-$ $+$

② : 2 , 8 : $+$ $-$ $+$

$①\cap② \to (8,+\infty)\cup(-\infty,1]$

---

۱۰) دامنه توابع

الف) $y=\frac{\sqrt{2x^2-5x+3}}{\sqrt{3x^2-7x+4}}$

(I) : ریشه‌ها 1 , $\frac{3}{2}$ — (II) : ریشه‌ها $\frac{4}{3}$, 1

I → 1 , $\frac{3}{2}$: $+$ $-$ $+$

II → 1 , $\frac{4}{3}$: $+$ $-$ $+$

$(I)\cap(II) = (\frac{3}{2},+\infty)\cup(-\infty,1)$

ب) $y=\sqrt{\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}} \to$ ریشه‌ها به بالا

1 , $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$: $+$ $+$ $-$ $+$

$D_f=[\frac{3}{2},+\infty)\cup(-\infty,1)\cup(1,\frac{4}{3})$