

$$A \times B = \{(1, 2)(1, 3)(2, 2)(2, 3)(1, 4)(1, 5)\}$$

$$B^T = B \times B = \{(2, 2)(2, 3)(3, 2)(3, 3)\}$$

$$\Rightarrow A \times B - B^T = \{(1, 2)(1, 3)\}$$

الف) $(1, m^2), (1, m+2) \xrightarrow{x_1=x_2} y_1=y_2 \Rightarrow m^2=m+2 \rightarrow m^2-m-2=0$
 $(m-2)(m+1)=0 \Rightarrow m=2$
 $\rightarrow m=2 \rightarrow (2, 1), (2, 4) \xrightarrow{x_1=x_2} y_1=y_2$ و $y_1 \neq y_2 \Rightarrow$ تابع نیست
 پس به ازای هیچ مقدار m تابع نیست

ب) $(2, m^2), (2, m+2) \xrightarrow{x_1=x_2} y_1=y_2 \Rightarrow m^2=m+2 \rightarrow m=2, m=-1$
 $m=2 \rightarrow (2, 1), (2, 4) \xrightarrow{x_1=x_2} y_1 \neq y_2 \Rightarrow$ تابع نیست
 $m=-1 \rightarrow (-1, 4), (-1, 1) \xrightarrow{x_1=x_2} y_1 \neq y_2 \Rightarrow$ تابع نیست

چون این تابع تابع است به ازای $x=1$ که در هر دو ضابطه اول و دوم وجود دارد، مقدار یکسانی داریم. و دقیقاً چون مقدار $x=2$ در هر دو ضابطه دوم، سوم وجود دارد، مقدارشان در هر دو ضابطه یکسان است.

$$f(1) = (1)^2 - 1 = 0 = a + b \Rightarrow a = -b$$

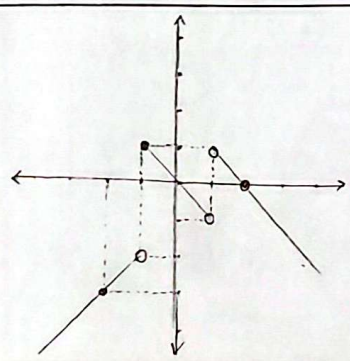
$$f(2) = (2)^2 = 4 = 2a + b = 2(-b) + b = -b \rightarrow -b = 4 \Rightarrow b = -4, a = 4$$

$$\Rightarrow a \times b = -4 \times 4 = -16$$

چون ضابطه یک تابع است، مقدار k در هر دو ضابطه وجود دارد، مقدارشان در هر دو ضابطه یکسان است.

$$f(k) = 2k - 3$$

$$f(k) = 4 - 3k \Rightarrow 2k - 3 = 4 - 3k \Rightarrow 5k = 7 \Rightarrow k = \frac{7}{5}$$



$$-2+2: \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ y & +1 & 0 \end{array}$$

$$-2: \begin{array}{c|cc} x & 1 & -1 \\ y & -1 & 1 \end{array}$$

$$2-1: \begin{array}{c|cc} x & -1 & -2 \\ y & -2 & -3 \end{array}$$

$$R_f = (-\infty, 1]$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

الف) $ry^r = -x^r - 1$: $\begin{cases} ry_1^r = -x_1^r - 1 \\ ry_r^r = -x_r^r - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_r} ry_1^r = ry_r^r \Rightarrow y_1^r = y_r^r \Rightarrow y_1 = y_r$ تابع است

۶

ب) $(x^r - 2x + 1) + (fy^r - 12y + 9) = (x-1)^r + (2y-3)^r = 0$
 $\Rightarrow (x-1)^r = 0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$
 $(2y-3)^r = 0 \Rightarrow 2y-3=0 \Rightarrow 2y=3 \Rightarrow y=\frac{3}{2}$ نقطه $(1, \frac{3}{2})$ تابع است

۷

الف) $x=0 \rightarrow x \sin x = 0$, $y \sin x = 0 \rightarrow (\sin 0 = 0)$
 پس به ازای هر مقدار $0=0$ برقرار است یعنی: $x_1=x_2$ و $y_1 \neq y_2$ پس تابع نیست

ب) $\frac{x}{y} = k$, $\frac{y}{x} = \frac{1}{k} \rightarrow \sqrt{k} + \sqrt{\frac{1}{k}} = 2 \Rightarrow (\sqrt{k} + \sqrt{\frac{1}{k}})^2 = 2^2 \Rightarrow k + \frac{1}{k} + 2 = 4$
 $\Rightarrow \frac{k^2+1}{k} = 2 \rightarrow k^2+1=2k \rightarrow k^2-2k+1=(k-1)^2=0 \Rightarrow k-1=0 \Rightarrow k=1 = \frac{x}{y} \Rightarrow x=y$
 پس تابع است $x_1=x_2 \Rightarrow y_1=y_2$

۸

الف) $\sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$: $\frac{1}{+} - \frac{1}{-} + \rightarrow D = (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$, $\sqrt{\frac{x-2}{x}}$: $\frac{0}{+} - \frac{0}{-} - \rightarrow D = (0, 2]$
 $\hookrightarrow \frac{x-1}{x-2} \geq 0$, $\frac{x-2}{x} \geq 0$
 $\rightarrow D_f = ((-\infty, 1] \cup (2, +\infty)) \cap (0, 2] \rightarrow D_f = (0, 1]$

ب) $\sqrt{y-1} = \sqrt{x} - \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{y-1})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{x})^2 \Rightarrow y-1 = x - x - 2\sqrt{x}$
 $\Rightarrow y = 1 - x - 2\sqrt{x} \Rightarrow 3x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$ $D_f = [0, +\infty)$

۹

الف) $x^2 + 5x + 4 \geq 0 \rightarrow (x+4)(x+1) \geq 0$ $\frac{1}{+} - \frac{4}{-} + \rightarrow D_1 = (-\infty, -1] \cup (-4, +\infty)$
 $2 - 10x + 14 > 0 \Rightarrow -9x + 14 > 0 \rightarrow 9x < 14 \Rightarrow x < \frac{14}{9}$ $\frac{14}{9}$
 $\frac{14}{9}$
 $D_f = D_1 \cap D_2$: $D_f = (-\infty, -1] \cup (-4, \frac{14}{9})$
 ب) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 10x + 14} \geq 0 \rightarrow \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x-2)} \geq 0 \rightarrow \frac{x-4}{x-2} \geq 0$ $\frac{1}{+} - \frac{4}{-} + \frac{1}{-} - \frac{2}{+} + \rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (4, +\infty)$

۱۰

الف) $\frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 - 5x + 4} \geq 0$ $\frac{1}{+} - \frac{5}{-} + \frac{3}{+}$ $\rightarrow D_1 = (-\infty, 1] \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$
 $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 4} \geq 0$ $\frac{1}{+} - \frac{5}{-} + \frac{4}{+}$ $\rightarrow D_2 = (-\infty, 1] \cup (4, +\infty)$
 $D_f = D_1 \cap D_2 \rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$
 ب) $\frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 - 5x + 4} \geq 0 \rightarrow \frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 - 5x + 4} = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-4)}$ $\frac{1}{+} - \frac{5}{-} + \frac{3}{+}$ $\frac{1}{+} - \frac{5}{-} + \frac{4}{+}$ $\rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup (1, \frac{3}{4}) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$