

19, 20

$$A \times B = \{ (1, 2)(1, 3)(2, 2)(2, 3)(1, 4)(1, 5) \}$$

$$B^T = B \times B = \{ (2, 2)(2, 3)(3, 2)(3, 3) \}$$

$$\Rightarrow A \times B - B^T = \{ (1, 2)(1, 3) \}$$

1

الف) $(1, m^2), (1, m+2) \xrightarrow{x_1=x_2} y_1=y_2 \Rightarrow m^2=m+2 \rightarrow m^2-m-2=0$
 $(m-2)(m+1)=0 \Rightarrow m=2$
 $\rightarrow m=2 \rightarrow (2, 1), (2, 4) \xrightarrow{x_1=x_2} y_1=y_2 \Rightarrow y_1 \neq y_2 \Rightarrow$ تابع نیست

2

ب) $(3, m^2), (3, m+2) \xrightarrow{x_1=x_2} y_1=y_2 \Rightarrow m^2=m+2 \rightarrow m=2, m=-1$

پس برای $m=2$ تابع نیست $\Rightarrow$ تابع نیست
 برای $m=-1 \rightarrow (-1, 4), (-1, 1) \xrightarrow{x_1=x_2} y_1 \neq y_2 \rightarrow$ تابع نیست

چون این تابع تابع است به ازای $x=1$ که در هر دو خطی اول، دوم وجود دارد، مقدار یکسانی داریم. و دقیقاً چون مقدار $x=2$ در هر دو خطی دوم، سوم وجود دارد، مقدارشان در هر دو خطی یکسان است.

$$f(1) = (1)^2 - 1 = 0 = a + b \Rightarrow a = -b$$

$$f(2) = (2)^2 = 4 = 2a + b = 2(-b) + b = -b \rightarrow -b = 4 \Rightarrow b = -4, a = 4$$

$$\Rightarrow a \times b = -4 \times 4 = -16$$

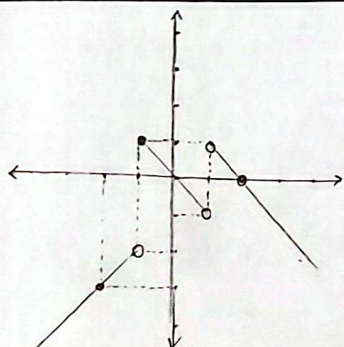
3

چون خطی یک تابع است، مقدار k در هر دو خطی وجود دارد، مقدارشان در هر دو خطی یکسان است.

$$f(k) = 2k - 3$$

$$f(k) = 4 - 3k \Rightarrow 2k - 3 = 4 - 3k \Rightarrow 5k = 7 \Rightarrow k = \frac{7}{5}$$

4



$$-2+2: \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ y & +1 & 0 \end{array}$$

$$-2: \begin{array}{c|cc} x & 1 & -1 \\ y & -1 & 1 \end{array}$$

$$2-1: \begin{array}{c|cc} x & -1 & -2 \\ y & -2 & -3 \end{array}$$

$$R_f = (-\infty, 1]$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

5

الف) $ry^2 = -x^2 - 1$: $\begin{cases} ry_1^2 = -x_1^2 - 1 \\ ry_2^2 = -x_2^2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} ry_1^2 = ry_2^2 \Rightarrow y_1^2 = y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است

۶

ب) $(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 12y + 9) = (x-1)^2 + (y-3)^2 = 0$
 $\Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$
 $(y-3)^2 = 0 \Rightarrow y-3=0 \Rightarrow y=3$ نقطه $(1, 3)$ تابع است

۷

الف) $x=0 \rightarrow x \sin y = 0$, $y \sin x = 0 \rightarrow (\sin 0 = 0)$
 پس به ازای هر مقدار $x=0$ و $y=0$ برقرار است یعنی: $x_1 = x_2$ و $y_1 = y_2$ پس تابع است

ب) $\frac{x}{y} = k$, $\frac{y}{x} = \frac{1}{k} \rightarrow \sqrt{k} + \sqrt{\frac{1}{k}} = 2 \Rightarrow (\sqrt{k} + \sqrt{\frac{1}{k}})^2 = 2^2 \Rightarrow k + \frac{1}{k} + 2 = 4$
 $\Rightarrow \frac{k^2 + 1}{k} = 2 \rightarrow k^2 + 1 = 2k \rightarrow k^2 - 2k + 1 = (k-1)^2 = 0 \Rightarrow k-1=0 \Rightarrow k=1 = \frac{x}{y} \Rightarrow x=y$
 پس تابع است $x_1 = x_2 \Rightarrow y_1 = y_2$

۸

الف) $\sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$: $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} \rightarrow D = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$, $\sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$: $\frac{x-1}{x-2} \geq 0 \rightarrow D = (0, 2]$
 $\rightarrow D_f = ((-\infty, 1) \cup (2, +\infty)) \cap (0, 2] \rightarrow D_f = (0, 1]$

ب) $\sqrt{y-1} = \sqrt{x} - \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{y-1})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{x})^2 \Rightarrow y-1 = x - 2\sqrt{x} + x$
 $\Rightarrow y = 4 - x - 2\sqrt{x} \Rightarrow 4x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$ $D_f = [0, +\infty)$

۹

الف) $x^2 - 5x + 4 \geq 0 \rightarrow (x-4)(x-1) \geq 0$ $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-1} \rightarrow D_1 = (-\infty, 1] \cup (4, +\infty)$
 $2 - 10x + 14 \geq 0 \Rightarrow -9x + 14 \geq 0 \Rightarrow 9x \leq 14 \Rightarrow x \leq \frac{14}{9}$
 $-9x + 14 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{14}{9}$
 $D_f = D_1 \cap D_2 : D_f = (-\infty, 1] \cup (4, \frac{14}{9}]$

ب) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 10x + 14} \geq 0 \rightarrow \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x-2)} \geq 0 \rightarrow \frac{x-4}{x-2} \geq 0$
 $\Rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (4, +\infty)$

۱۰

الف) $\frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 - 10x + 14} \geq 0$ مجموع ضرایب ۰ است پس عبارت $(x-1)$ بخش پذیر $x^2 - 5x + 3 = (x-1)(x-4)$
 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} \rightarrow D_1 = (-\infty, 1] \cup (4, +\infty)$
 $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 10x + 14} \geq 0$ مجموع ضرایب ۰ است $x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$
 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} \rightarrow D_2 = (-\infty, 1] \cup (4, +\infty) \rightarrow D_f = D_1 \cap D_2 \rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup (4, +\infty)$

ب) $\frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 - 10x + 14} \geq 0 \rightarrow \frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 - 10x + 14} = \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x-2)}$
 $D_f = (-\infty, 1] \cup (1, \frac{4}{3}) \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$