

الف $\sqrt{xy^3 + x^2 + 1} = 0 \xrightarrow{\text{تقریب ریاضی}} \begin{cases} xy_1^3 = -x_1^2 - 1 \\ xy_2^3 = -x_2^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow -x_1^2 - 1 = -x_2^2 - 1 \Rightarrow xy_1^3 = xy_2^3$
 $y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ (تابع است)

ب $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0$
 $= (x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$
 $x=1, 2y=3 \Rightarrow y=1.5$

★ هر کدام از عبارات به توان ۲ رسیده هستند، پس دو عبارت نامغزی لازم (جمعشان) صفر می شود پس فقط در صورتی قابل قبول است که هر دو عبارت صفر باشند در این صورت این تابع تنها یک نقطه ای را حاصل می شود که $(1, 1.5) \leftarrow$ (تابع است)

الف $x \sin y = y \sin x$
 مثال: $x=0$ صفر
 $0 \sin y = y \sin 0$
 در این صورت لا را عددی بنویسیم
 دو طرف تساوی صفر می شود (تابع نیست)

ب $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$
 $\frac{x}{y} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{x}{y} = 1 \Rightarrow \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow \{ (1,1), (2,2), (3,3), \dots \}$ (تابع است)

الف $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{x-2}{x}}$
 (خرج ریشه) $x \neq 3, 0$
 $\frac{x-1}{x-3} \geq 0, \frac{x-2}{x} \geq 0$
 ۳ و ۰ ریشه
 ۰ و ۲ ریشه
 $D_f = (0, 1]$

ب $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3}$
 $x \geq 0 \rightarrow D_f = [0, +\infty)$

الف $y = \frac{\sqrt{x^2 - 7x + 4}}{\sqrt{x^2 - 10x + 14}}$
 $(x-2)(x-1)$
 $(x-2)(x-1)$
 $D_f = (-\infty, 1] \cup (8, +\infty)$

ب $y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 4}{x^2 - 10x + 14}}$
 $(x-2)(x-1)$
 $(x-2)(x-1)$
 $D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (8, +\infty)$

الف $y = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}{\sqrt{3x^2 - 7x + 4}}$
 $2, 3 \rightarrow \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$
 $1, \frac{4}{3} \rightarrow \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$
 $D_f = (-\infty, 1) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

ب $y = \sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4}}$
 $2, 3 \rightarrow \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$
 $1, \frac{4}{3} \rightarrow \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$
 $D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \frac{4}{3}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$