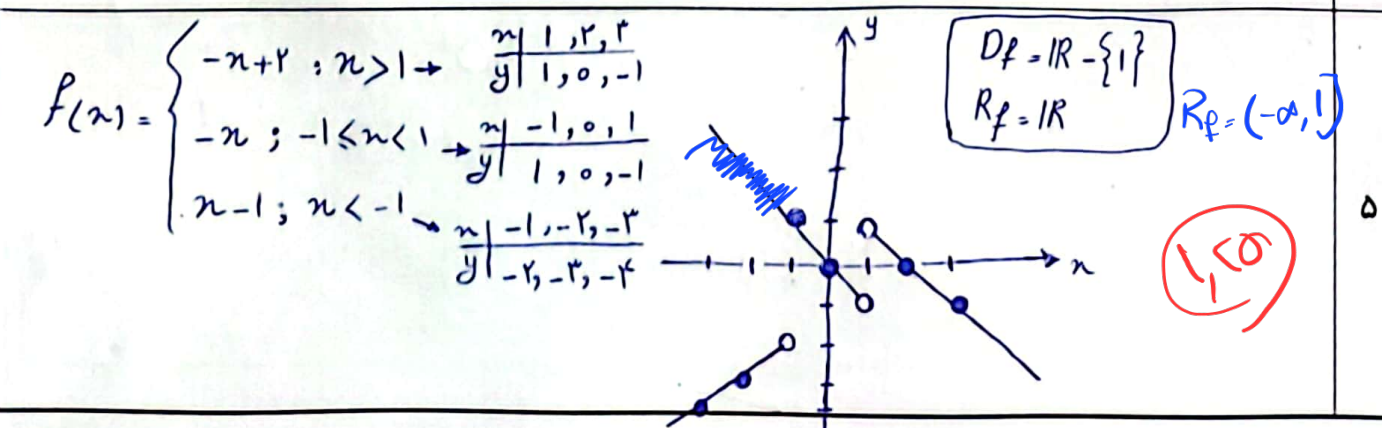


$A \times B = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$
 $B \times B = B^2 = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$
 $A \times B - B^2 = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\} - \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$
 $= \{(1,2), (1,3)\}$ حاصل عبارت:

الف) $m^2 = m+2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0$
 $\rightarrow m = -1$ (الف)
 به خاطر همزمان بودن $(2,1)$ و $(2,4)$ این عبارت تابع نیست.
 تابع است. پس m فقط -1 است.
 ب) $m^2 = m+2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0$
 $\rightarrow m = 2$ یا $m = -1$
 به خاطر $(2,1)$ و $(2,4)$ تابع نیست.
 به خاطر $(-1,2)$ و $(-1,3)$ تابع نیست.
 تابع نیست (ب) و ممکن نیست.

شرط تابع بودن این است که به ازای یک ورودی تنها یک خروجی حاصل شود در قسمت اول دو رقم از رابطه $x=1$ در هر کدام از ورودی ها وجود دارد پس باید مقدار یکسانی به ازای $x=1$ از هر دو معادله حاصل شود پس معادله های آسان را با $x=1$ حل می کنیم. در مورد قسمت دوم هم در مورد $x=2$ همین اتفاقات در جریان است. با حل دو معادله a و b به دست و حاصل به دنبال آن به دست می آید.
 $x^2 - 1 = ax + b \xrightarrow{x=1} 0 = a + b, I$
 $x^2 = ax + b \xrightarrow{x=2} 4 = 2a + b, II$
 $I), II), \begin{cases} a+b=0 \\ -2a-b=-4 \end{cases}$
 $\oplus \rightarrow -a-b=-4$
 $-a=-4$
 $a=4$ و $b=-4$
 $a \times b = 4 \times -4 = -16$

در هر دو قسمت رابطه $x=k$ صدق می کند پس در نقطه ای که این دو معادله هم اندازه قرار می گیریم چون مقدار برابر از آسان به دست خواهد آمد بنابراین عدد k را $1/4$ می گیریم. به عبارت دیگر به ازای یک ورودی نباید دو خروجی حاصل شود تا حاصل تابع باشد.
 $2x - 3 = 4 - 2x \rightarrow 4x = 7 \rightarrow x = 1/4$
 $k = 1/4$



الف $xy^3 + x^2 + 1 = 0 \xrightarrow{\text{تقریب ریاضی}} \begin{cases} xy_1^3 = -x_1^2 - 1 \\ xy_2^3 = -x_2^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow -x_1^2 - 1 = -x_2^2 - 1 \Rightarrow xy_1^3 = xy_2^3$
 $y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ (تابع است) (5)

ب $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0$
 $(x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$
 $x=1 \quad 2y=3 \Rightarrow y=1.5$

☆ هر کدام از عبارات به توان 2 رسیده هستند، پس دو عبارت نامعنی نام (جمعشان) صفر می شود پس فقط در صورتی قابل قبول است که هر دو عبارت صفر باشند در این صورت این تابع تنها یک نقطه ای را حاصل می شود که $(1, 1.5) \leftarrow$ (تابع است)

الف $x \sin y = y \sin x$
 ب $x=0$: $\sin y = y \sin 0 = 0$
 در این صورت لا زار عددی نداریم دو طرف تساوی صفر می شود (تابع نیست)

ب $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$
 $\frac{x}{y} = \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow \begin{cases} (1,1) \\ (2,2) \\ (3,3) \end{cases}$ (تابع است)

الف $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{x-2}{x}}$
 $\frac{x-1}{x-3} \geq 0, \frac{x-2}{x} \geq 0$
 $x \geq 3$ و $x \geq 2$ و $x > 0$: $x \geq 3$

ب $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3}$
 $x \geq 0 \rightarrow D_f = [0, +\infty)$
 $\sqrt{y-1} = \sqrt{3} - \sqrt{x}$
 $\sqrt{3} - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_f = [0, 3]$

الف $y = \sqrt{x^2 - 7x + 4} \rightarrow (x-1)(x-4)$
 $(x-2)(x-1)$
 $D_f = (-\infty, 1] \cup (4, +\infty)$

ب $y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 4}{x^2 - 10x + 14}} \rightarrow \frac{(x-1)(x-4)}{(x-2)(x-1)}$
 $D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (8, +\infty)$

الف $y = \sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4}} \rightarrow \frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 - 7x + 4} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-1)}$
 $D_f = (-\infty, 1) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

ب $y = \sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4}} \rightarrow \frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 - 7x + 4} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-1)}$
 $D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \frac{4}{3}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$