نام و نام خانوادگی .آرمیس...اکبری................ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱.... کلاس .یازدهم.د.هنر.B..........

۱

$A\times B = \{(۱,۲)(۱,۳)(۲,۲)(۲,۳)(۳,۲)(۳,۳)\}$

$B^۲ = \{(۲,۲)(۲,۳)(۳,۲)(۳,۳)\}$

$A\times B - B^۲ = \{(۱,۲)(۱,۳)\}$

۲

الف) $(\underline{۳},m^۲)\ ,\ (\underline{۳},m+۲)$

xهای یکسان $\to m^۲ = m+۲ \to m^۲-m-۲=۰$

$(m-۲)(m+۱)=۰$ $\begin{cases}\boxed{m=-۱}\\ m=۲ \to \text{غ ق ق} : (۲,۱)(\overset{۲}{m},۴)\ \times\end{cases}$

ب) $(\underline{۳},m^۲)\ ,\ (\underline{۳},m+۲)$

xهای یکسان $\to m^۲ = m+۲ \to m^۲-m-۲=۰$

$(m-۲)(m+۱)=۰$ $\begin{cases} m=-۱ \to \text{غ ق ق} : (-۱,۳)(\overset{-۱}{m},۴)\ \times \\ m=۲ \to \text{غ ق ق} : (۲,۱)(\overset{۲}{m},۴)\ \times\end{cases}$

- به ازای هیچ مقدار m این مجموعه تابع نمی باشد

۳

$\left.\begin{matrix} x^۲-۱ & ; x\le ۱ \\ ax+b & ; ۱\le x\le ۲\end{matrix}\right\} \to \overset{۱}{x}^۲-۱ = a\overset{۱}{x}+b \to ۰ = a+b \ (۱)$

$\left.\begin{matrix} ax+b & ; ۱\le x\le ۲ \\ x^۳ & ; x\ge ۲\end{matrix}\right\} \to a\overset{۲}{x}+b = \overset{۲}{x}^۳ \to ۲a+b=۸ \ (۲)$

$(۱),(۲) \to \begin{cases} a+b=۰ \\ ۲a+b=۸\end{cases} \xrightarrow{\times -۱} \begin{cases} -a-b=۰ \\ ۲a+b=۸\end{cases} \xrightarrow{a=۸} ۲(۸)+b=۸$

$a=۸ \ ,\ b=-۸$

$\boxed{a\times b = -۶۴}$

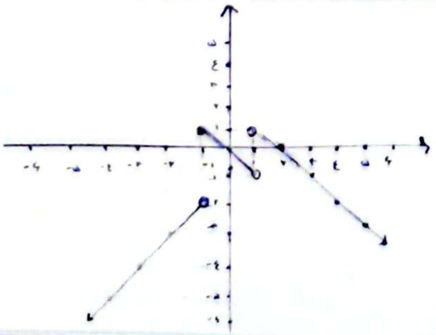
۴

$f(x)\begin{cases} ۲x-۳ & ; x\ge k \\ ۴-۳x & ; x\le k\end{cases} \xrightarrow{x=k} ۲\overset{k}{x}-۳ = ۴-۳\overset{k}{x}$

$۵k = ۷$

$\boxed{k=\frac{۷}{۵}}$

۵



$D: R-\{۱\}$

$R: (-\infty, ۱]$

$-x+۲ \ ; \ x>۱$

x	۱	۲	۳	۴	۵
y	۱	۰	-۱	-۲	-۳

$-x \ ; \ -۱\le x<۱$

x	-۱	۰	۱
y	۱	۰	-۱

$x-۱ \ ; \ x<-۱$

x	-۱	-۲	-۳	-۴
y	-۲	-۳	-۴	-۵

۶

الف) $۲y^۳+x^۲+۱=۰ \longrightarrow \begin{matrix} ۲y_۱^۳=-x_۱^۲+۱ \\ ۲y_۲^۳=-x_۲^۲+۱ \end{matrix} \Rightarrow ۲y_۱^۳=۲y_۲^۳ \to y_۱^۳=y_۲^۳ \to \boxed{y_۱=y_۲}$

تابع هست

ب) $x^۲+۴y^۲-۲x-۱۲y+\underbrace{۱۰}_{۱+۹}=۰$

$x^۲-۲x+۱+۴y^۲-۱۲y+۹=۰ \Rightarrow (x-۱)^۲+(۲y-۳)^۲=۰ \to$ هر دو عبارت صفر

$(x-۱)^۲=۰ \to x-۱=۰ \to x=۱$

$(۲y-۳)^۲=۰ \to ۲y-۳=۰ \to y=\frac{۳}{۲}$

تنها نقطه‌ی $(۱,\frac{۳}{۲})$ در این رابطه صدق می‌کند پس این رابطه نشان دهنده‌ی یک نقطه است؛ در نتیجه تابع است

۷

الف) $x\sin y=y\sin x$

مثال نقض $\to x=۰ \to ۰\times\sin y=y\times\sin ۰^\circ \longrightarrow ۰=y\times ۰$

پس برای هر عدد y صادق است و y در ازای $x=۰$ بی‌نهایت مقدار دارد، پس تابع نیست

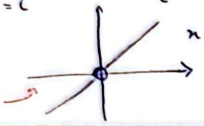
ب) $\underbrace{\sqrt{\frac{x}{y}}}_{t}+\underbrace{\sqrt{\frac{y}{x}}}_{\frac{۱}{t}}=۲ \to \underbrace{\sqrt{t}}_{>۰}+\underbrace{\sqrt{\frac{۱}{t}}}_{>۰}=۲ \xrightarrow{\text{توان ۲}} t+\frac{۱}{t}+۲\sqrt{\cancel{\frac{۱}{t}\times t}}^{\,۱}=۴$

$t+\frac{۱}{t}=۲ \xrightarrow[\text{مشترک}]{\text{مخرج}} \frac{t^۲+۱}{t}=۲ \to t^۲-۲t+۱=۰$

$(t-۱)^۲=۰$

$\to t=۱$

$\frac{x}{y}=t$



$x,y\neq۰$

رسم نکن

$t=\frac{x}{y}=۱ \to x=y\in R-\{۰\}$ ⟵ پس R به ازای x ، y می‌دهد تابع هست

۸

الف) $y=\sqrt{\frac{x-۱}{x-۳}}+\sqrt{\frac{۲-x}{x}}$

$\frac{x-۱}{x-۳}\geq۰$ $\quad \begin{array}{c|ccccc} x & & ۱ & & ۳ & \\ \hline & + & \circ & - & \circ & + \end{array} \to (-\infty,۱]\cup(۳,+\infty)$ (۱) / $\frac{۲-x}{x}\geq۰$ $\quad \begin{array}{c|ccccc} x & & ۰ & & ۲ & \\ \hline & - & \circ & + & \circ & - \end{array} \to (۰,۲]$ ②

$(۱)\cap(۲) \longrightarrow \boxed{D_f=(۰,۱]}$

ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y-۱}=\sqrt{۳}$

(۱) $x\geq۰ \;,\; y-۱\geq۰ \to y\geq۱$ $\quad$ (۲) $\sqrt{y-۱}=\sqrt{۳}-\sqrt{x} \to \sqrt{۳}-\sqrt{x}\geq۰$ $\quad$ $(۱)\cap(۲) \to D_f=[۰,۳]$

نامنفی پس طرف دوم هم نامنفی است

$\sqrt{x}\leq\sqrt{۳}$

$x\leq۳$

۹

الف) $\frac{\sqrt{x^۲-۷x+۶}}{\sqrt{x-۱۰x+۱۶}}$

$\begin{cases} x^۲-۷x+۶\geq۰ & \begin{array}{c|ccccc} x & & ۱ & & ۶ & \\ \hline & + & \circ & - & \circ & + \end{array} \to (-\infty,۱]\cup[۶,+\infty) \text{ ①} \\ x-۱۰x+۱۶>۰ & \dashrightarrow -۹x+۱۶>۰ \to x<\frac{۱۶}{۹} \text{ (۲)} \end{cases}$

$\to$ ①,② $\xrightarrow{\cap} D_f=\boxed{(-\infty,۱]}$

ب) $\sqrt{\frac{x^۲-۷x+۶}{x-۱۰x+۱۶}}$ $\quad \frac{x^۲-۷x+۶}{x-۱۰x+۱۶}\geq۰$ $\quad \begin{array}{c|ccccccc} x & & ۱ & & \frac{۱۶}{۹} & & ۶ & \\ \hline & + & \circ & - & \circ & + & \circ & - \end{array}$ $\to \boxed{D_f=(-\infty,۱]\cup(\frac{۱۶}{۹},۶]}$

$-۹x+۱۶>۰$

$-۹x>-۱۶$

$x<\frac{۱۶}{۹}$

۱۰

الف) $\frac{\sqrt{۲x^۲-۵x+۳}}{\sqrt{۳x^۲-۷x+۴}}$

$\begin{cases} ۲x^۲-۵x+۳\geq۰ \\ x^۲-۵x+۶\geq۰ \\ (x-۳)(x-۲)\geq۰ \\ x=\frac{۳}{۲} \quad x=\frac{۲}{۲}=۱ \\ \\ ۳x^۲-۷x+۴>۰ \\ x^۲-۷x+۱۲>۰ \end{cases}$

$\begin{array}{c|ccccc} x & & ۱ & & \frac{۳}{۲} & \\ \hline & + & \circ & - & \circ & + \end{array}$ (۱) $(-\infty,۱]\cup[\frac{۳}{۲},+\infty)$

$\begin{array}{c|ccccc} x & & ۱ & & \frac{۴}{۳} & \\ \hline & + & \circ & - & \circ & + \end{array}$ (۲) $(-\infty,۱)\cup(\frac{۴}{۳},+\infty)$

$x=\frac{۳}{۳}=۱ \;,\; x=\frac{۴}{۳} \longleftarrow (x-۳)(x-۴)>۰$

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} \boxed{D_f=(-\infty,۱)\cup[\frac{۳}{۲},+\infty)}$

ب) $\sqrt{\frac{۲x^۲-۵x+۳}{۳x^۲-۷x+۴}}$ $\quad \frac{۲x^۲-۵x+۳}{۳x^۲-۷x+۴}\geq۰$ $\quad \begin{array}{c|ccccccc} x & & ۱ & & \frac{۴}{۳} & & \frac{۳}{۲} & \\ \hline & + & \circ & + & \circ & - & \circ & + \end{array}$ $\quad \boxed{D_f=(-\infty,۱)\cup(۱,\frac{۴}{۳})\cup[\frac{۳}{۲},+\infty)}$

۶

الف) $2y^3+x^2+1=0 \longrightarrow \begin{matrix} 2y_1^3=-x_1^2+1 \\ 2y_2^3=-x_2^2+1 \end{matrix} \Rightarrow 2y_1^3=2y_2^3 \rightarrow y_1^3=y_2^3 \rightarrow \boxed{y_1=y_2}$

تابع هست

ب) $x^2+4y^2-2x-12y+\underbrace{10}_{1+9}=0$

$x^2-2x+1+4y^2-12y+9=0 \Rightarrow (x-1)^2+(2y-3)^2=0 \rightarrow$ هر دو عبارت صفر

$(x-1)^2=0 \rightarrow x-1=0 \rightarrow x=1$

$(2y-3)^2=0 \rightarrow 2y-3=0 \rightarrow y=\frac{3}{2}$

تنها نقطه‌ی $(\frac{3}{2}$ و $1)$ در این رابطه صدق می‌کند پس این رابطه نشان دهنده‌ی یک نقطه است! در نتیجه تابع است

۷

الف) $x\sin y=y\sin x$

مثال نقض $\rightarrow x=0 \rightarrow 0\times\sin y=y\times\sin 0 \longrightarrow 0=y\times 0$ پس برای هر عدد y صادق است، و y در ازای $x=0$ بی‌نهایت مقدار دارد. پس تابع نیست

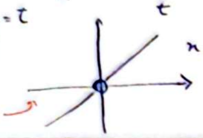
ب) $\sqrt{\underbrace{\frac{x}{y}}_{t}}+\sqrt{\underbrace{\frac{y}{x}}_{\frac{1}{t}}}=2 \rightarrow \underbrace{\sqrt{t}}_{>0}+\underbrace{\sqrt{\frac{1}{t}}}_{>0}=2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} t+\frac{1}{t}+2\sqrt{\frac{1}{\cancel{t}}\times\cancel{t}}^{\,1}=4$

$\frac{x}{y}=t$

$t+\frac{1}{t}=2 \xrightarrow[\text{مشترک}]{\text{مخرج}} \frac{t^2+1}{t}=2 \rightarrow t^2-2t+1=0$

$(t-1)^2=0$

$\rightarrow t=1$



$x,y\neq 0$

رسم شکل

$t=\frac{x}{y}=1 \rightarrow x=y\in R-\{0\} \longrightarrow$ پس R در ازای x ، y همواره تابع هست

۸

الف) $y=\sqrt{\frac{x-1}{x-3}}+\sqrt{\frac{2-x}{x}}$

$\frac{x-1}{x-3}\geq 0$ $\quad \begin{array}{c|ccccc} x & & 1 & & 3 & \\ \hline & + & 0 & - & | & + \end{array} \rightarrow (-\infty,1]\cup(3,+\infty)$ (1) / $\frac{2-x}{x}\geq 0$ $\quad \begin{array}{c|ccccc} x & & 0 & & 2 & \\ \hline & - & | & + & 0 & - \end{array} \rightarrow (0,2]$ ②

$(1)\cap(2) \longrightarrow \boxed{D_f=(0,1]}$

ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}=\sqrt{3}$

(1) $x\geq 0$ ، $y-1\geq 0 \rightarrow y\geq 1$ $\quad$ (2) $\sqrt{y-1}=\sqrt{3}-\sqrt{x} \rightarrow \sqrt{3}-\sqrt{x}\geq 0$, $\sqrt{x}\leq\sqrt{3}$, $x\leq 3$ $\quad (1)\cap(2)\rightarrow D_f=[0,3]$

نامنفی پس طرف دوم هم نامنفی است

۹

الف) $\frac{\sqrt{x^2-7x+6}}{\sqrt{x-10x+16}}$ $\quad \begin{cases} x^2-7x+6\geq 0 & \begin{array}{c|ccccc} x & & 1 & & 6 & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \rightarrow (-\infty,1]\cup[6,+\infty) \text{①} \\ x-10x+16>0 & \dashrightarrow -9x+16>0 \rightarrow x<\frac{16}{9} \; (2) \end{cases}$

$\rightarrow$ ①،② $\xrightarrow{\cap} D_f=\boxed{(-\infty,1]}$

ب) $\sqrt{\frac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}}$ $\quad \frac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}\geq 0$ $\quad \begin{array}{c|ccccccccc} x & & 1 & & 2 & & 6 & & 8 & \\ \hline & + & 0 & - & | & + & 0 & - & | & + \end{array} \rightarrow D_f=(-\infty,1]\cup(2,6]\cup(8,+\infty)$

$-9x+16>0$

$-9x>-16$

$x<\frac{16}{9}$

۱۰

الف) $\frac{\sqrt{2x^2-5x+3}}{\sqrt{3x^2-7x+4}}$ $\quad \begin{cases} 2x^2-5x+3\geq 0 \\ x^2-5x+6\geq 0 \\ (x-3)(x-2)\geq 0 \\ x=\frac{3}{2} \quad x=\frac{2}{2}=1 \\ \\ 3x^2-7x+4>0 \\ x^2-7x+12>0 \end{cases}$

$\begin{array}{c|ccccc} x & & 1 & & \frac{3}{2} & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ (1) $(-\infty,1]\cup[\frac{3}{2},+\infty)$

$\begin{array}{c|ccccc} x & & 1 & & \frac{4}{3} & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ (2) $(-\infty,1)\cup(\frac{4}{3},+\infty)$

$x=\frac{3}{3}=1$ ، $x=\frac{4}{3} \longleftarrow (x-3)(x-4)\geq 0$

$\xrightarrow{(1)\cap(2)} \boxed{D_f=(-\infty,1)\cup[\frac{3}{2},+\infty)}$

ب) $\sqrt{\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}}$ $\quad \frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}\geq 0$ $\quad \begin{array}{c|ccccccc} x & & 1 & & \frac{4}{3} & & \frac{3}{2} & \\ \hline & + & | & + & | & - & 0 & + \end{array}$ $\quad \boxed{D_f=(-\infty,1)\cup(1,\frac{4}{3})\cup[\frac{3}{2},+\infty)}$