

① اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 3\}$ آنگاه حاصل عبارت $A \times B - B^2$ را بیابید

$$A \times B = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 3)\}$$

$$B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$(A \times B) - B^2 = \{(1, 2), (1, 3)\}$$

② مقدار m را طوری تعیین کنید که مجموعه‌های زیر تابع باشند

$$f(m) = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$$

$$m+2 = m^2 \quad m^2 - m - 2 = 0$$

$$m = -1 \text{ یا } m = 2 \quad m = 2 \text{ یا } m = -1$$

$$g(m) = \{(3, m^2), (2, 1), (m, 4), (3, m+2), (-2, m), (-1, 3)\}$$

$$m = 2 \text{ یا } -1$$

$$(2, 4), (2, 1) \in m = 2 \text{ اگر}$$

$$(-1, 3), (-1, 4) \in m = -1 \text{ اگر}$$

$$f(m) = \begin{cases} m^2 - 1 & 1 \leq m \leq 2 \\ am + b & 1 \leq m \leq 2 \\ m^2 & m \geq 2 \end{cases}$$

③ اگر فاصله مقابل به تابع باشد $a \times b$ را بیابید

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$a \times b = -1$$

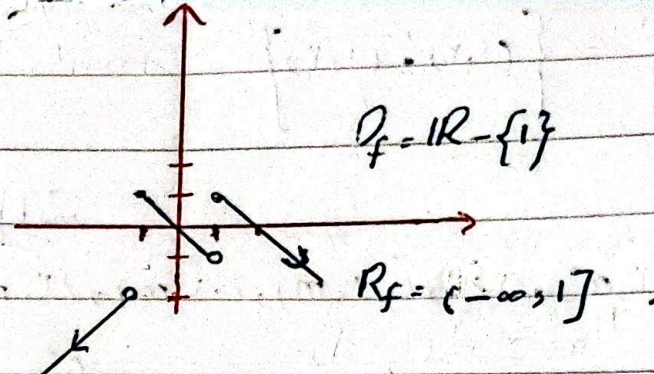
$$f(m) = \begin{cases} 2m - 3 & n \geq k \\ k - 3m & n \leq k \end{cases}$$

④ به ازای کدام مقدار k رابطه مقابل به تابع است

$$2m - 3 = k - 3m \rightarrow 5m = k \rightarrow m = \frac{k}{5} = k$$

به ازای k رابطه مقابل به تابع است

$$f(n) = \begin{cases} -n+1 & n > 1 \\ -n & -1 \leq n \leq 1 \\ n-1 & n < -1 \end{cases}$$



د) ۵

الف) $xy^3 + n^2 + 1 = 0 \quad (n, y_1) \in f(n)$

بررسی تابع بودن ۶

$(n, y_2) \in f(n)$

$\hookrightarrow xy_1^3 = xy_2^3 = -n^2 - 1 \rightarrow y_1 = y_2 \checkmark$

ب) $n^2 + xy^2 - 2n - 12y + 10 = 0$

$n^2 - 2n + 1 + xy^2 - 12y + 9 = 0$

$(n-1)^2 + (xy-3)^2 = 0$

$n=1$

$y = \frac{3}{x}$

✓

تابع است

نقطه $(1, \frac{3}{1})$

الف) $\sin y = y \sin x \xrightarrow{\text{تفاضل}} n \neq \pi$

۷

$\pi \sin y = 0$

$y = k\pi$

ب) $\sqrt{\frac{n}{y}} + \sqrt{\frac{y}{n}} = r$

$\frac{n+y}{\sqrt{ny}} = r$

$n+y - r\sqrt{ny} = 0$

↓

$(\sqrt{y} - \sqrt{n})^2 = 0 \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{n} \rightarrow n=y$

تابع است ✓

الف) $y = \sqrt{\frac{n-1}{n-2}} + \sqrt{\frac{2-n}{n}}$

7

$\begin{array}{c} \text{+} \quad | \quad \text{-} \quad | \quad \text{+} \\ \text{0} \quad \quad \text{1} \quad \quad \text{2} \end{array}$
 $\begin{array}{c} \text{-} \quad | \quad \text{+} \quad | \quad \text{-} \\ \text{0} \quad \quad \text{1} \quad \quad \text{2} \end{array}$
 $D_1 = [0, 2]$
 $D_2 = (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$

$D_1 \cap D_2 = [0, 1] = D_f$

ب) $\sqrt{n} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3}$

این جمله می تواند کوچکتر از $D_f = [0, 3]$

صفر باشد پس $\max$ مقدار n باید 3 باشد

الف) $\frac{\sqrt{n^2 - 7n + 6}}{\sqrt{n - 10n + 14}}$ $D_1 = (-\infty, 1] \cup [6, +\infty)$ $D_2 = (-\infty, \frac{14}{9}]$

$n^2 - 7n + 6 = (n-1)(n-6)$

$\begin{array}{c} \text{+} \quad | \quad \text{-} \quad | \quad \text{+} \\ \text{1} \quad \quad \text{6} \end{array}$

9

$-9n + 14$

$\begin{array}{c} \text{+} \quad | \quad \text{-} \\ \text{14/9} \end{array}$

$D_2 = (-\infty, \frac{14}{9}]$

$D_1 \cap D_2 = (-\infty, 1]$

ب) $\sqrt{\frac{m^2 - 5m + 4}{m^2 - 6m + 14}}$ $\rightarrow (m-1)(m-4)$ (9)

$\rightarrow (m-2)(m-1)$

Sign chart: $+$ 1 $-$ 2 $+$ 4 $-$ 1 $+$

Below axis: 0 0 0 0

$D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (1, +\infty)$

الف) $y = \frac{\sqrt{m^2 - 5m + 4}}{\sqrt{m^2 - 6m + 14}}$ $\rightarrow m^2 - 5m + 4 = (m-1)(m-4)$ $\rightarrow \frac{1}{1}, \frac{4}{1}$ (10)

$\rightarrow m^2 - 6m + 14 = (m-3)(m-2)$ $\rightarrow \frac{3}{1}, \frac{2}{1}$

$D_1 =$ $+$ 1 $-$ $\frac{1}{2}$ $+$

$\frac{3}{1}, \frac{2}{1}$

$D_2 =$ $+$ 1 $-$ $\frac{1}{2}$ $+$

$D_1 \cap D_2 = (-\infty, 1) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{\frac{m^2 - 5m + 4}{m^2 - 6m + 14}}$ $\rightarrow \frac{1}{1}, \frac{4}{1}$ $\rightarrow \frac{3}{2}, \frac{2}{1}$

Sign chart: $+$ 1 $+$ $\frac{3}{2}$ $-$ 2 $+$

Below axis: 0 0 0 0

استثنى الصنف

$D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \frac{3}{2}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$