

$$A \times B = \{(1,2)(1,3)(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$$

$$B^2 = B \times B = \{(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$$

$$A \times B - B^2 = \{(1,2), (1,3)\}$$

(عضوهای $A \times B$ که در B^2 هستند ولی در B^2 نیستند)

۱

برای تابع بودن هر دو زوج مرتبی که مؤلفه اول برابر دارند باید مؤلفه دوم برابر هم داشته باشند.

$$m^2 = m + 2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \xrightarrow{a+c=b} m = -1, m = 2$$

$$m = -1: \{(2,1), (2,1), (-3,-1), (-2,-1), (3,1), (-1,4)\} \text{ تابع } \checkmark$$

$$m = 2: \{(3,4), (2,4), (-3,2), (-2,2), (3,4), (2,4)\} \text{ تابع نیست } \times$$

$$\Rightarrow m = -1$$

۲

$$m^2 = m + 2 \rightarrow m = -1, m = 2$$

به ازای هیچ مقدار m تابع نمی شود = تابع $\times$

$$m = -1: \{(3,1), (2,1), (-1,4), (3,1), (-2,-1), (-1,3)\} \text{ تابع } \times$$

$$m = 2: \{(3,4), (2,4), (2,4), (3,4), (-2,2), (-1,3)\} \text{ تابع } \times$$

(ب)

اگر تابع باشد به ازای هر x مشخص تنها یک y داریم پس:

$$x=1 \begin{cases} y=x^2-1=0 \\ y=ax+b=a+b \end{cases} \Rightarrow a+b=0 \quad *$$

$$x=2 \begin{cases} y=a x+b=2 a+b \\ y=x^3=8 \end{cases} \Rightarrow 2 a+b=8 \quad *$$

$$2 a+b=8$$

$$-a+b=0$$

$$a=8, b=-8 \quad (8+b=0)$$

$$a \times b = 8 \times (-8) = -64$$

۳

در صورتی تابع است که به ازای دو x یکسان، y یکسان داشته باشد.

$$x=k \begin{cases} y=2x-3=2k-3 \\ y=4-3x=4-3k \end{cases} \Rightarrow 2k-3=4-3k$$

$$5k=7$$

$$k=\frac{7}{5}$$

۴

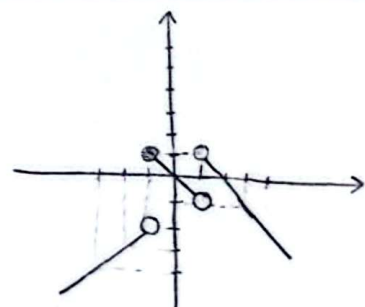
$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & ; x > 1 \\ -2x & ; -1 \leq x < 1 \\ x-1 & ; x < -1 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & \\ y & 1 & 0 & -1 & \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} x & -1 & 0 & 1 & \\ y & -1 & 0 & 1 & \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} x & -1 & -2 & -3 & \\ y & -2 & -3 & -4 & \end{array}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$R_f = (-\infty, 1]$$



۵

الف) $2y^3 + x^2 + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} 2y_1^3 = -x^2 - 1 \\ 2y_2^3 = -x^2 - 1 \end{cases} \rightarrow 2y_1^3 = 2y_2^3 \rightarrow \boxed{y_1 = y_2}$
تابع است ✓

۶

ب) $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0$
 $(x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$
 $x=1, y=\frac{3}{2}$ تابع نقطه ✓

الف) $x \sin y = y \sin x$

تابع نیست $\rightarrow x=90^\circ \rightarrow 90 \sin y = y \rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=90 \end{cases}$

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \xrightarrow{(\cdot)^2} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{xy}{yx}} = 4 \rightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} = 2 \rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0$
 $\rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow x-y=0 \rightarrow y=x$
 $\Rightarrow \begin{cases} y_1 = x \\ y_2 = x \end{cases} \rightarrow \boxed{y_1 = y_2}$ تابع است ✓

۷

الف) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{2}}$ $\frac{x-1}{x-3} \geq 0 \rightarrow \frac{x-1}{x-3} \geq 0$
 $\frac{2-x}{2} \geq 0 \rightarrow \frac{2-x}{2} \geq 0$ $\Rightarrow (0, 1]$

۸

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3}$

$\sqrt{y-1} = \sqrt{3} - \sqrt{x}$

$\sqrt{y-1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{3} - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq \sqrt{3} \Rightarrow x \leq 3$
 $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$

الف) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 7x + 4}}{\sqrt{x^2 - 10x + 14}}$ $x^2 - 7x + 4 \geq 0 \rightarrow \frac{x-1}{x-4} \geq 0$
 $x^2 - 10x + 14 \geq 0 \rightarrow \frac{x-2}{x-7} \geq 0$ $\Rightarrow R_f = (-\infty, 1] \cup (4, +\infty) \cap (-\infty, 2) \cup (7, +\infty)$
 $R_f = (-\infty, 1] \cup (7, +\infty)$

۹

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 4}{x^2 - 10x + 14}}$ $\frac{x-1}{x-4} \geq 0 \rightarrow R_f = (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (7, +\infty)$

الف) $y = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}{\sqrt{3x^2 - 7x + 4}}$ $2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \rightarrow \frac{x-1}{x-3} \geq 0$
 $3x^2 - 7x + 4 \geq 0 \rightarrow \frac{x-1}{x-4} \geq 0$ $\Rightarrow R_f = (-\infty, 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

۱۰

ب) $y = \sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4}}$ $\frac{x-1}{x-3} \geq 0 \rightarrow R_f = (1, \frac{3}{2}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$