نام و نام خانوادگی : سارینا دارخواه   شماره کلاس : ۹   کلاس : دختران یازدهم A

در تابع $f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi x}{4} & x\leq 1\\ \sqrt{x^2+1} & x>1\end{cases}$ مقدار $f\circ f(\frac{2}{3})$ کدام است؟ ۱

$\frac{2/3}{4/1}=\frac{2}{12}=1/6$

$\cot\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}$

$f(f(x))=2$, $f(x)=\sqrt{3}$

$\downarrow x=\sqrt{3}$

$(\sqrt{3})^2+1=\sqrt{4}=2$

با توجه به تابع زیر مقدار خواسته شده را بدست آورید. ۲

الف) اگر $f(\frac{1}{x})=\sqrt{\frac{2x-1}{x^2}}$ و $g(x)=2\cos^2 x$ مقدار $f\circ g(\frac{\pi}{3})$ را بدست آورید.

$f(g(\frac{\pi}{3}))$

$\frac{\pi}{3}\Rightarrow(60^\circ)\to\cos 60=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}=2(\cos^2 60)$, $\frac{1}{4}$

$\xrightarrow{x=2} f(\frac{1}{2})=\sqrt{\frac{4-1}{4}}\Rightarrow\sqrt{\frac{3}{4}}\to\frac{\sqrt{3}}{2}=$ جواب

ب) اگر $f(x)=[x]$ ، $g(x)=\frac{x}{1-x}$ مقدار $f\circ g(\sqrt{2})$ را بدست آورید.

$f(g(\sqrt{2}))$, $\xrightarrow{x=\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$, $-\sqrt{2}-2$

$\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\times\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+2}{-1}=-\sqrt{2}-2$

$f(x)=[-\sqrt{2}-2]=[-\sqrt{2}]-2\Rightarrow -4$

اگر $f(x)=\sin x$ و $g(x)=x\sqrt{1-x^2}$ مقدار $g\circ f(\frac{\pi}{4})$ را بدست آورید. ۳

$\sin 45=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$g(f(\frac{\pi}{4}))$

$g(\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}$, $\frac{2}{4}$

$\to\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{\frac{4}{4}-\frac{2}{4}}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

اگر $f(x)=\{(4,5),(6,5),(8,12),(10,12)\}$ و $g(x)=\{(4,6),(2,4),(6,8),(8,10)\}$ باشد ۴

حاصل مقادیر زیر را بدست آورید.

الف) $f\circ g(x)\to f(g(x))=\{(4,5),(2,5),(6,12),(8,12)\}$

ب) $g(f(x))\to$ تهی

ج) $f\circ f(x)\to f(f(x))=$ تهی

د) $g\circ g(x)\to g(g(x))=\{(4,8),(2,6),(6,10)\}$

تابع $f=\{(2,1),(3,2),(4,5),(1,7)\}$ ، $g=\{(1,2),(3,1),(a,3),(b,1)\}$ مفروض اند. اگر $(4,2)\in f\circ g$ ، $(4,1)\in g\circ f$ باشند ، زوج مرتب (a,b) را بدست آورید. ۵

$f\circ g=f(g(x))=\{(1,1),(3,7),(a,2),(b,7)\}\to a=4$, $(4,2)$

$g\circ f=g(f(x))=\{(2,2),(4,\ ),(3,\ ),(1,\ )\}\to b=5$, $(4,1)$

جواب $=(4,5)$

Scanned with CamScanner

اگر f و g توابعی خطی باشند به گونه‌ای که $f(f(x)) = 4x + 3$ و $g(2x+3) = 3x - 2$ در این صورت حاصل $gof(-1)$ را بیابید. ۶

$f(f(x)) = a(ax+b)+b$

$a^2x + b(a+1) = 4x+3$

$a^2 = 4 \rightarrow \boxed{a=2}$

$b(2+1) = 3 \rightarrow \boxed{b=1}$

$\Rightarrow f(x) = -2x - 3$ ، $\quad 2-3=-1$

(II) g(x) را پیدا کن:

$u = 2x+3 \rightarrow x = \frac{u-3}{2}$

$g(u) = 3\left(\frac{u-3}{2}\right) - 2 \Rightarrow \frac{3u-9}{2} - 2 \Rightarrow \frac{3u-13}{2}$

$g(x) = \frac{3x-13}{2} \xrightarrow{x=-1} \frac{-3-13}{2} = \frac{-16}{2} = -8$

$gof = g(f(x)) = -8$ ← جواب

اگر $f(x) = \sqrt{x+|x|}$ ، $g(x) = \frac{1}{x^2-4x}$ باشند دامنه‌ی تابع gof را بیابید. ۷

$D_{gof} = \{x \in D_f \,,\, f(x) \in D_g\} \rightarrow \begin{cases} x \in R \\ \sqrt{x+|x|} \in R - \{0,4\} \end{cases} \quad D_{gof} = (0,+\infty) - \{8\}$

$D_f = x+|x| \geq 0 \rightarrow R$

$D_g = x^2-4x \neq 0 \rightarrow x(x-4) \neq 0 \rightarrow x \neq 0 ,\ x \neq 4$

$x+|x| \neq 0 \rightarrow x \neq (-\infty,0]$

$x+|x| \neq 16 \rightarrow x \neq 8$

اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند آنگاه دامنه‌ی تعریف $(f+g)of$ را بیابید. ۸

$(f+g)(f(x)) = f(f(x)) + g(f(x))$

$f(f(x)) = \sqrt{1-(f(x))^2} = \sqrt{1-\left(\sqrt{1-x^2}\right)^2} \Rightarrow \boxed{|x|}$

$g(f(x)) = \sqrt{f(x)} = \sqrt{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow 1-x^2 \geq 0 \longrightarrow -1 \leq x \leq 1$ ☆

$|x| + \sqrt{\sqrt{1-x^2}} =$ درست ☆ $\Rightarrow D_f = [-1,1]$

در رابطه‌های داده شده f(x) را پیدا کنید. ۹

الف) $f\left(\frac{3x+1}{x-2}\right) = 4x+5$ ، $\quad \frac{3x+1}{x-2} = m$

$m = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow m(x-2) = 3x+1$

$x = \frac{2m+1}{m+3}$

$f(m) = 4 \times \frac{2m+1}{m-3} + 5 \Rightarrow \frac{13m-11}{m-3}$

$\boxed{f(x) = \frac{13x-11}{x-3}}$

ب) $f\left(x+\frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3}$ ، $\quad x+\frac{1}{x} = z$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x+\frac{1}{x}\right) = z^3 - 3z \rightarrow \boxed{f(x) = x^3 - 3x}$

نمودار تابع g محور xها را در نقاطی به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می‌کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع $gof(x)$ محور xها را قطع می‌کند کدام است؟ ۱۰

$g(f(x)) = 0$

$f(x) = 1 \longrightarrow x\sqrt{x} = 1 \Rightarrow \boxed{x=1}$

$f(x) = 2\sqrt{2} \rightarrow x\sqrt{x} = 2\sqrt{2} \Longrightarrow \boxed{x=2}$

$2-1 = 1$ ← پاسخ

Scanned with CamScanner