تکلیف شماره ۱۵ — گروه یازدهم دفتر A — ۱۷/۷۵

۱)

$f(x)=\sqrt{1-x^2}$ $\quad g=\{(-1,1),(0,4),(2,0),(1,2)\}$

$D_f: 1-x^2\geq 0 \rightarrow x^2\leq 1 \xrightarrow{\sqrt{}} |x|\leq 1 \rightarrow -1\leq x\leq 1$

$D_g=\{-1,0,2,1\}$ $\quad \rightarrow D_f\cap D_g=\{-1,0,1\}$

۲

$(2g-3f)(1)=2g(1)-3f(1)=2(2)-3(0)=4$

$(2g-3f)(0)=2g(0)-3f(0)=2(4)-3(1)=8-3=5$ $\rightarrow 4+5+2=11$

$(2g-3f)(-1)=2g(-1)-3f(-1)=2(1)-3(0)=2$

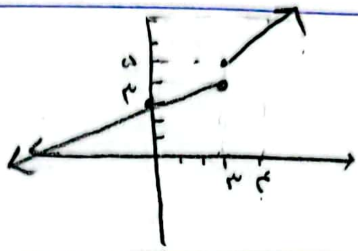
۲)

$f(x)=2x-1$

x	۳	۴
y	۵	۷

$g(x)=\frac{1}{3}x+3$

x	۰	۳
y	۳	۴



$R=(-\infty,4]\cup[5,+\infty)$

۲

۳) ۱/۷۵

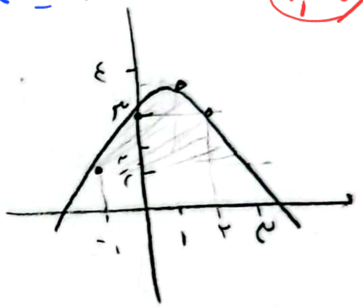
$y=-\frac{x^2}{2}+x+3 \rightarrow$ $\quad \sqrt{b-a}=2$

$-2(\frac{3}{2}=-\frac{x^2}{2}+x+3) \rightarrow -3=x^2-2x-6 \rightarrow x^2-2x-3=0$

$\rightarrow (x-3)(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=3\\ x=-1\end{cases}$ $\quad x_s=\frac{-b}{2a}=1 \quad , y_s=f(1)=\frac{7}{2}$

x	-1	۰	۱	۲	۳
y	$3/2$	۳	$7/2$	۳	$3/2$

جواب: $(a,b)=(-1,3)$



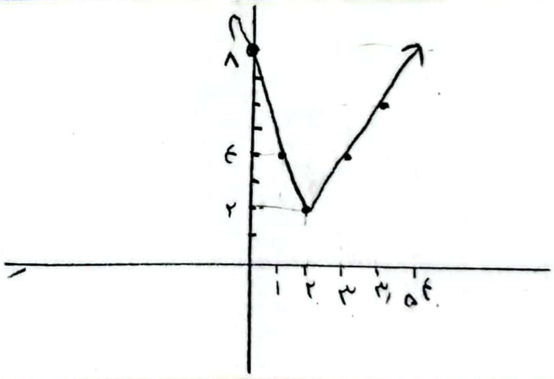
۴)

$y=|x-1|+|x-3|+|2x-4|$

$x=1,3,2$

x	۰	۱	۲	۳	۳/۵	۴
y	۸	۴	۲	۴	۶	۸

کمترین مقدار: $y=2$



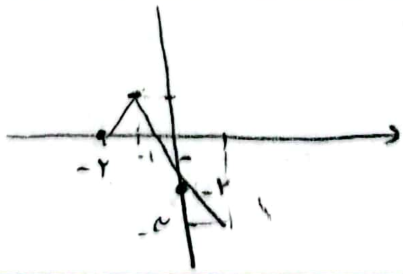
۲

۵)

$y=|x|-2|x+1|$

ریشه‌ها: $x=0\,,\,x=-1$

x	-2	-1	۰	۱
y	۰	۱	-2	-3



$R=(-\infty,1]$

۲

۶)

$y=\frac{x^2+5x+m}{x+1}$ $\quad x+1=0\rightarrow x=-1$ $\quad (-1)^2+5(-1)+m=0 \rightarrow \frac{1-5}{-4}+m=0 \rightarrow$

$\boxed{m=4}$

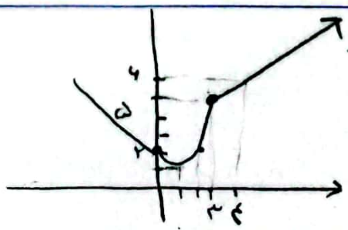
۰/۵

۷)

$f(x)=\begin{cases} x+2 & x\geq 3\\ x^2-2x+2 \;\; (x-1)^2+1 & 0\leq x<3\\ |x|+2 & x<0\end{cases}$

x	۳	۴
y	۵	۶

x	۰	۱	۲	۳
y	۲	۱	۲	۵



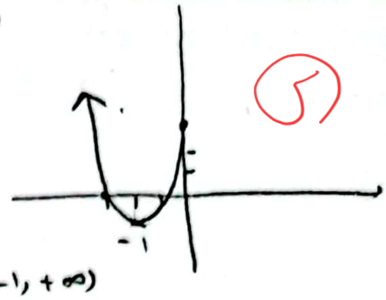
$R_f=[1,+\infty)$

۲

$$f(x)=\begin{cases} x^{۲}+۴x+۳+۱-۱ \\ (x+۲)^{۲}-۱ & x\leq ۰ \\ [۲x]-۲x & x>۰ \end{cases}$$

$-۱<[۲x]-۲x\leq ۰$

x	-۳	-۲	-۱	۰
y	۰	-۱	۰	۳

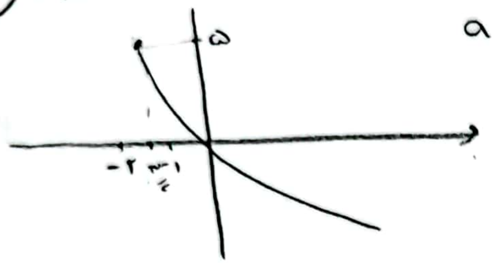


$R_f=[-۱,+\infty)\cup(-۱,۰]=[-۱,+\infty)$

۲ ۱۸

$y=\underbrace{a+۱}_{\text{انتقال روی محور yها}}-\sqrt{۲x+۳}$

$۲x+۳\geq ۰\rightarrow ۲x\geq -۳\rightarrow x\geq -\frac{۳}{۲}\rightarrow [-\frac{۳}{۲},+\infty)$, b



$a+۱=۵\rightarrow a=۴$

$a\cdot b=\cancel{۴}^{۲}\times\frac{-۳}{\cancel{۲}}=-۶$

۲ ۱۹

$f(x)=۲\sqrt{x+۱}+۴\sqrt{۱-x}$ $\quad D_f=D_g$ ۱/۵ ۱۰

$f(x)+g(x)=۳\sqrt{۲+۲\sqrt{۱-x^{۲}}}\overset{\star}{=}۳(\sqrt{۱+x}+\sqrt{۱-x})$

$\sqrt{۲+۲\sqrt{۱-x^{۲}}}=\sqrt{\underset{A}{۲}+\sqrt{\underset{B}{۴-۴x^{۲}}}}$ $\quad C=\sqrt{A^{۲}-B}=\sqrt{۴-(۴-۴x^{۲})}=\sqrt{۴x^{۲}}=۲x$

$\sqrt{\frac{A+C}{۲}}+\sqrt{\frac{A-C}{۲}}=\sqrt{\frac{۲+۲x}{۲}}+\sqrt{\frac{۲-۲x}{۲}}=\sqrt{۱+x}+\sqrt{۱-x}$ $(\star)$

$\Rightarrow g(x)=(f+g)(x)-f(x)=۳\sqrt{۱+x}+۳\sqrt{۱-x}-۲\sqrt{x+۱}-۴\sqrt{۱-x}=$
$\sqrt{۱+x}-\sqrt{۱-x}$

$\frac{f(x)}{۴}=\frac{۲}{۴}\sqrt{x+۱}+\frac{۴}{۴}\sqrt{۱-x}=\frac{۱}{۲}\sqrt{x+۱}+\frac{۲}{۲}\sqrt{۱-x}$

$\frac{g(x)}{۲}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱+x}-\frac{۱}{۲}\sqrt{۱-x}$

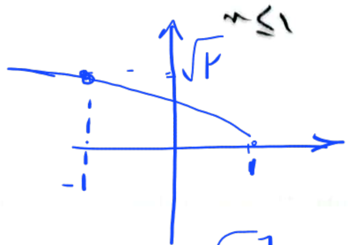
$y=\frac{f(x)}{۴}-\frac{g(x)}{۲}=(\frac{۲}{۲}+\frac{۱}{۲})\sqrt{۱-x}=\sqrt{۱-x}\geq ۰$

$۱-x\geq ۰$

$x\leq ۱$

$\sqrt{۱-x}=\sqrt{-x+۱}$

$R(\frac{f}{۴}-\frac{g}{۲})=\cancel{[۰,+\infty)}$



$R=[۰,\sqrt{۲}]$

(6

$x^2 + (5-y)x + m - y = 0 \longrightarrow x = \dfrac{y - 5 \pm \sqrt{(5-y)^2 - 4(m-y)}}{2} \longrightarrow \geq 0$

$\hookrightarrow y^2 - 6y + 25 - 4m > 0$

$\begin{cases} a > 0 \longrightarrow 1 > 0 \\ \Delta < 0 \longrightarrow m < 4 \longrightarrow \end{cases}$

m نمی‌تواند برابر ۴ باشد

$m = 1, 2, 3$