آلا کرمانی — پاسخنامه تشریحی شماره ۸ — یازدهم ریاضی A

①

$g=\{(-۱,۱),(۰,۴),(۲,۰),(۱,۲)\}$ $\quad 2g-۳f=\{(-۱,۲),(۰,۵),(۱,۴)\}$

$f(x)=\sqrt{۱-x^۲} \Rightarrow ۱-x^۲\geq ۰ \Rightarrow ۱\geq x^۲ \Rightarrow ۱\geq x$

$۲g=\{(-۱,۲),(۰,۸),(۲,۰),(۱,۴)\},\ f=\{(-۱,۰),(۰,۱),(۱,۰)\} \Rightarrow ۳f=\{(-۱,۰),(۰,۳),(۱,۰)\}$

$R_{(۲g-۳f)}=\{۲,۵,۴\} \xrightarrow{\text{جمع}} ۲+۵+۴=۱۱$

②

$f(x)=۲x-۱,\ D_f=[۳,+\infty) \xrightarrow{x=۳} f(۳)=۵ \Rightarrow R_f=[۵,+\infty)$ ①

$g(x)=\frac{۱}{۲}x+۳ \xrightarrow{x=۳} g(۳)=۴ \Rightarrow R_g=(-\infty,۴]$ ②

$\xrightarrow{①\cup②} R-(۴,۵)$

③

$y=\frac{-x^۲}{۲}+x+۳,\ \frac{-b}{۲a}=\frac{-۱}{-۱}=۱ \Rightarrow if\ x=۱ \Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}+۱+۳=۳\frac{۱}{۲}=\frac{۷}{۲}$

$, a<۰ \Rightarrow a\ max \Rightarrow R_y=(-\infty,\frac{۷}{۲}] \Rightarrow if\ R\geq\frac{۳}{۲} \Rightarrow (a,b)=(\frac{۳}{۲},\frac{۷}{۲}) \Rightarrow$

$a=\frac{۳}{۲},\ b=\frac{۷}{۲} \Rightarrow \sqrt{b-a}=\sqrt{\frac{۷}{۲}-\frac{۳}{۲}} \Rightarrow \sqrt{\frac{۴}{۲}}=\sqrt{۲}$

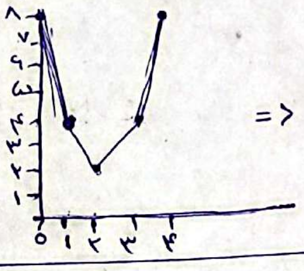
④

$y=\underbrace{|x-۱|}_{۱}+\underbrace{|x-۳|}_{۳}+\underbrace{|۲x-۴|}_{۲},$

	۱		۲		۳	
$-۴x+۸$		$-۲x+۶$		$۲x-۲$		$۴x-۸$

$f(۰)=۸,\ f(۱)=۴,\ f(۲)=۲,\ f(۳)=۴,\ f(۴)=۸$

$R_f=[۲,+\infty) \Rightarrow min=۲$



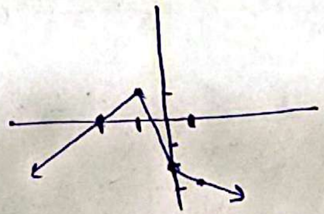
$\Rightarrow$

⑤

$y=\underbrace{|x|}_{۰}-۲\underbrace{|x+۱|}_{-۱}$

	-۱		۰	
$x+۲$		$-۳x-۲$		$-x-۲$

$f(۱)=-۳,\ f(۰)=-۲,\ f(-۱)=۱,\ f(-۲)=۰$



$\Rightarrow R_f=(-\infty,۱]$

⑥

$y=\frac{x^۲+۵x+m}{x+۱} \Rightarrow yx+y=x^۲+۵x+m \Rightarrow x^۲+۵x+m-yx-y=۰ \Rightarrow x^۲+(۵-y)x+m-y$

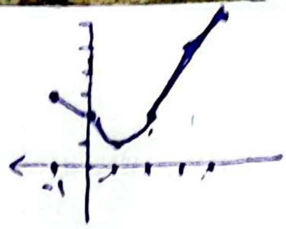
$\Delta<۰ \Rightarrow (۵-y)^۲-۴(m-y)<۰ \Rightarrow ۲۵-۱۰y+y^۲-۴m+۴y<۰$

$y^۲-۶y+۲۵-۴m<۰ \Rightarrow (-۶)^۲-۴(۲۵-۴m)<۰ \Rightarrow m<۴ \Rightarrow ۱,۲,۳$

(7)

$$f(x)=\begin{cases} x+2 \ ; \ x\geq 3 \\ x^2-2x+2 \ ; \ 0\leq x<3 \\ |x|+2 \ ; \ x<0 \end{cases}$$

$f(4)=6$ $f(0)=2$
$f(3)=5$ $f(0)=2$
$f(2)=2$ $f(-1)=3$
$f(1)=1$

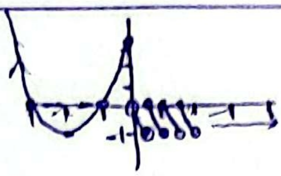


$R_f=[1,+\infty)$

---

(8)

$$f(x)=\begin{cases} x^2+4x+3 \ ; \ x\leq 0 \\ [2x]-2x \ ; \ x>0 \end{cases}$$



$f(-3)=0$ $f(\frac{1}{2})=0$
$f(-2)=-1$
$f(-1)=0$
$f(0)=3$ $R_f=[-1,+\infty)$

---

(9)

$y=a+1-\sqrt{2x+3} \Rightarrow \sqrt{2x+3} \Rightarrow 2x+3\geq 0 \Rightarrow x\geq \frac{-3}{2} \Rightarrow D_f=[b,+\infty) \Rightarrow b=\frac{-3}{2}$

$\frac{-3}{2}=x \Rightarrow y=5 \Rightarrow a+1-0=5 \Rightarrow a=4 \Rightarrow a\times b=4\times\frac{-3}{2}=-6$

---

(10)

$f(x)+g(x)=3\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}$, $f(x)=2\sqrt{x+1}+4\sqrt{1-x}$, $D_f=D_g$

$\sqrt{x+1} \Rightarrow x+1\geq 0 \Rightarrow x\geq -1$, $\sqrt{1-x} \Rightarrow 1-x\geq 0 \Rightarrow 1\geq x \Rightarrow ①\cap② \Rightarrow D_f=[-1,1]$

$f(x)+g(x)-f(x)=g(x) \Rightarrow 3\underbrace{\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}}_{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})^2}-2\sqrt{x+1}-4\sqrt{1-x}=g(x)=\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$

$\frac{f(x)}{6}-\frac{g(x)}{3}=\frac{2\sqrt{x+1}+4\sqrt{1-x}+2\sqrt{1+x}-2\sqrt{1-x}}{6}=\frac{4\sqrt{1+x}+2\sqrt{1-x}}{6}=$

$\frac{\cancel{2}(\sqrt{1-x}+2\sqrt{1+x})}{\cancel{6}\,3}=\frac{2\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{3}$ $x\geq -1$ $1\geq x$ $\Rightarrow D_f=[-1,1] \Rightarrow \cancel{R_f}$

if $x=-1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{1-1}+\sqrt{1+1}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

if $x=1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{1+1}+\sqrt{\cancel{1-1}}}{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 0

$\Rightarrow R_f=\left[\frac{\sqrt{2}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3}\right]$