۱۹,۲۵

آروشا یادی　　تکلیف شماره ۴　　یازدهم ریاضی ۸

۱- $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$ 　 $\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geqslant 0 \rightarrow \frac{1-2x}{x(x-1)}\geqslant 0$

x		0		$\frac{1}{2}$		1	
	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$

$x\neq 0\ (II)$ 　 $x-1\neq 0 \rightarrow x\neq 1\ (III)$ 　 $(I)=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

$(I)\cap(II)\cap(III)=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)=D$

۵

$f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$ 　 $x+1\neq 0\rightarrow\boxed{x\neq -1}$ 　 $\boxed{x\neq 0}$ 　 $x-1\neq 0\rightarrow\boxed{x\neq 1}$ 　 $x+2\neq 0\rightarrow\boxed{x\neq -2}$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \rightarrow \frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \rightarrow \boxed{x\neq -\frac{5}{4}}$

$\rightarrow D=\mathbb{R}-\{-2,-\frac{5}{4},-1,0,1\}$

۲- $f(x)=\sqrt{\left((\frac{1}{3})^x-9\right)(32-4^x)}$ 　 $\left((\frac{1}{3})^x-9\right)(32-4^x)\geqslant 0$

تعیین ریشه $\rightarrow (\frac{1}{3})^x-9=0 \rightarrow (\frac{1}{3})^x=9 \rightarrow \boxed{x=-2}$

x		-2		$\frac{5}{2}$	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$32-4^x=0 \rightarrow 4^x=32 \rightarrow 2^{2x}=2^5 \rightarrow \boxed{x=\frac{5}{2}}$

$D=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

۵

$\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$ 　 $x-1\geqslant 0\rightarrow\boxed{x\geqslant 1}\ (I)$ 　 $y+1\geqslant 0\rightarrow y\geqslant -1$

$\rightarrow \sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \rightarrow \underbrace{\sqrt{y+1}}_{\text{حتما نامنفی}}=3-\sqrt[4]{x-1} \rightarrow 3-\sqrt[4]{x-1}\geqslant 0 \rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leqslant 3$

$\rightarrow x-1\leqslant 81 \rightarrow \boxed{x\leqslant 82}\ (II) \rightarrow (I)\cap(II)=1\leqslant x\leqslant 82$ 　 $D=[1,82]$

۳- $f(x)=\dfrac{\log_4^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1}$ 　 $x^2-x-2>0$

x		-1		2	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$(I)=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

$x^2-1\geqslant 0$

x		-1		1	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$(II)=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \rightarrow$ همیشه برقرار

۵

$D=(I)\cap(II)=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

s.a.m

$y=\sqrt{3+ax-x^2} \longrightarrow 3+ax-x^2 \geqslant 0 \qquad D=[-2,b]$. ۴-

$\longrightarrow$ ریشه‌های معادله b و -2 $\longrightarrow 3-2a-4=0 \longrightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}} \longrightarrow x^2+\frac{1}{2}x-3=0 \longrightarrow \boxed{b=\frac{3}{2}}$

$a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1$

$g(x)=\sqrt{f(x)-x} \longrightarrow f(x)-x \geqslant 0$ ۵-

$x \geqslant 1 \longrightarrow f(x)=3x-2 \longrightarrow f(x)-x=3x-2-x=2x-2 \longrightarrow 2x-2 \geqslant 0 \longrightarrow x \geqslant 1 \ (\mathrm{I})$

$x<1 \longrightarrow f(x)=2x+3 \longrightarrow f(x)-x=2x+3-x=x+3 \longrightarrow x+3 \geqslant 0 \longrightarrow x \geqslant -3 \xrightarrow{x<1} -3 \leqslant x<1$ II

$D=\mathrm{I} \cup \mathrm{II}=[-3,+\infty)$

$2f(5)=f(-2)+a \longrightarrow 2(a+1)(5+2)=3a-4+a \longrightarrow 14a+14=4a-4$ ۶-

$\longrightarrow 10a=-18 \longrightarrow a=\frac{-18}{10}=-\frac{9}{5}$

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \longrightarrow f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+2\right)+\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+2\right)$ ۷-

$a=\sqrt{2-\sqrt{3}} \quad , \quad b=\sqrt{2+\sqrt{3}} \qquad a \times b=\sqrt{4-3}=1 \qquad a^2+b^2=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$

$a^2+b^2=4 \Rightarrow (a+b)^2=4+2\underbrace{ab}_{1}=6 \Rightarrow a+b=\sqrt{6}$

$f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=\underbrace{(a+b)}_{\sqrt{6}}+\underbrace{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}_{\sqrt{6}}+4 \qquad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{\underbrace{ab}_{1}}=a+b=\sqrt{6}$

$\Rightarrow \sqrt{6}+\sqrt{6}+4=2\sqrt{6}+4$

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \xrightarrow{\times 2} 4f(x)-6f(-x)=8x^2-2x$ ۸-

$2f(-x)-3f(x)=4x^2+x \xrightarrow{\times 3} 6f(-x)-9f(x)=12x^2+3x$

$-5f(x)=20x^2+x$

$\Rightarrow f(x)=-4x^2-\frac{x}{5}$

$$(x+۲)f(x) - ۳x f(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$$ ۹

$$x=0 \rightarrow ۲f(0) = ۳m - ۱ \quad \Rightarrow ۹m - ۳ = m + ۱۵ \rightarrow ۸m = ۱۸ \rightarrow m = \frac{۹}{۴}$$

$$x=-۲ \rightarrow ۶f(0) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱ = \cancel{m} + ۱۵ \qquad m = \frac{۹}{۲}$$

$۵m$

۱,۲۵

$$۲f(0) = \frac{۲۷}{۴} - ۱ = \frac{۲۳}{۴} \longrightarrow f(0) = \frac{۲۳}{۸} \qquad f(0) = \frac{۲۵}{۴}$$

$$f(x) + f\left(\frac{۱}{x}\right) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x} \longrightarrow ax + b + \frac{a}{x} + b = ۳x - ۱۲ + \frac{۳}{x}$$ ۱۰

۵

$$\boxed{a = ۳} \quad ۲b = -۱۲ \rightarrow \boxed{b = -۶} \qquad f(x) = ۳x - ۶ \rightarrow f(-۱) = ۳(-۱) - ۶ = -۹$$