۲۰

نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس ...یازدهم ریاضی A...

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} \to \frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \to \frac{x^2-2x+1-x^2}{x^2-x}=\frac{1-2x}{x(x-1)}$

0		$\frac{1}{2}$		1	
$+$	∄	$-$	$+$	∄	$-$

$\boxed{D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)}$

۴

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \to x\neq0\ ,\ x\neq-1$

$\to \frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq0 \to \frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq0 \to \frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq0$ $\to x=-\frac{5}{4}$; $x=+1,\ x=-2$

$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{-2,0,1,-\frac{5}{4},-1\}}$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)} \to ((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)\geq0$

$x=-2$, $2^5-2^{2x}=0 \to x=2.5$

-2		2.5	
$+$	$-$		$+$

$\boxed{D_f=(-\infty,-2]\cup[2.5,+\infty)}$

۴

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \to \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \to x-1\geq0 \to x\geq1$ (I) $3-\sqrt[4]{x-1}\geq0 \to \sqrt[4]{x-1}\leq3$

$x-1\leq81 \to x\leq82$ (II)

$\xrightarrow{\text{I}\cap\text{II}} \boxed{D_f=[1,82]}$

۳

$f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \to \log_4(x^2-x-2) \to x^2-x-2>0 \to (x+1)(x-2)>0$

-1		2	
$+$	$-$		$+$

$\to D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ (I)

۴

$\to x^2-1\geq0 \to x^2\geq1 \to x\geq1\ ,\ x\leq-1 \to D_f=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ (II)

$\xrightarrow{\text{I}\cap\text{II}} \boxed{D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)}$

۴

$\sqrt{3+ax-x^2} \to [-2,b) \xrightarrow{\text{به ازای } x=-2 \text{ عبارت صفر}} 3-2a-4=0 \to -1-2a=0 \to 2a=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$\xrightarrow{a=-\frac{1}{2}} -x^2-\frac{1}{2}x+3 \to \Delta=\frac{1}{4}-4(-1)(3)=\frac{49}{4} \to x=\frac{-(-\frac{1}{2})\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{-2} \to x_1=-2\ ,\ x_2=\frac{3}{2}$

۴

$\Rightarrow b=\frac{3}{2}$ $a+b=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$

۵

$f(x)=\begin{cases}3x-2\ , & x\geq1\\ 2x+3\ , & x<1\end{cases}$ $g(x)=\sqrt{f(x)-x} \to f(x)-x\geq0 \to f(x)\geq x$

$\Rightarrow 3x-2\geq x \to 2x-2\geq0 \to x-1\geq0$

$x\geq1$ همواره برقرار (I)

۴

$\Rightarrow 2x+3\geq x \to x+3\geq0 \to x\geq-3$ (II)

$\xrightarrow{\text{I}\cap\text{II}} \boxed{D_f=[-3,+\infty)}$

۶

$$f(x) = \begin{cases} (a+۱)(x+۲), & x>۱ \\ ۲a+۲x, & x\leq ۱ \end{cases}$$

$$۲f(۵) = f(-۲) + a$$

$$f(۵) = (a+۱)(۷) \to f(۵) = ۷a+۷ \to ۲f(۵) = ۱۴a+۱۴$$

$$f(-۲) = ۲a-۴$$

$$۱۴a+۱۴ = ۲a-۴+a \Rightarrow ۱۴a+۱۴ = ۴a-۴ \to ۱۰a = -۱۸ \Rightarrow \boxed{a = -۱٫۸}$$

۷

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{۱}{\sqrt{x}} + ۲ \qquad f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳}) = f(۲+\sqrt{۳}) + f\left(\frac{۱}{۲+\sqrt{۳}}\right)$$

$$(۲+\sqrt{۳} = t) \to f(t) + f\left(\frac{۱}{t}\right) = ۲\left(\sqrt{t} + \frac{۱}{\sqrt{t}}\right) + ۴ \to ۲\left(\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}\right) + ۴$$

$$۲\Big(\underbrace{\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}}_{K}\Big) + ۴ \to K^۲ = (۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳}) + ۲\sqrt{(۲+\sqrt{۳})(۲-\sqrt{۳})} = ۶ \to K = \sqrt{۶}$$

$$f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳}) = ۲K + ۴ \to \boxed{۲\sqrt{۶} + ۴}$$

۸

$$۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \to ۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ - x$$

(ضربدر ۲) (ضربدر ۳)

$$\begin{cases} \cancel{۶f(-x)} - ۹f(x) = ۱۲x^۲ - ۳x \\ ۴f(x) - \cancel{۶f(-x)} = ۸x^۲ - ۲x \end{cases}$$

$$-۵f(x) = ۲۰x^۲ + x \to \boxed{f(x) = -\frac{۲۰x^۲ + x}{۵}}$$

۹

$$(x+۲)f(x) - ۳xf(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$$

$$\xrightarrow{x=۰} ۲f(۰) = ۳m-۱$$

$$\xrightarrow{x=-۲} ۶f(۰) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱ \to ۶f(۰) = ۵m + ۱۵$$

$$\begin{cases} ۶f(۰) = ۵m + ۱۵ \\ (۲f(۰) = ۳m - ۱) \times ۳ \end{cases}$$

$$-۴m + ۱۸ = ۰ \to ۴m = ۱۸$$

$$m = \frac{۱۸}{۴} = \frac{۹}{۲}$$

$$\xrightarrow{f(۰)} ۲f(۰) = ۳\left(\frac{۹}{۲}\right) - ۱ = \frac{۲۵}{۲} \to \boxed{f(۰) = \frac{۲۵}{۴}}$$

۱۰

$$f(x) + f\left(\frac{۱}{x}\right) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x} = ۳x - ۱۲ + \frac{۳}{x}$$

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ f\left(\frac{۱}{x}\right) &= a\frac{۱}{x} + b \end{aligned}\right\} f(x) + f\left(\frac{۱}{x}\right) = a\left(x + \frac{۱}{x}\right) + ۲b = ax + \frac{a}{x} + ۲b$$

$$۳x - ۱۲ + \frac{۳}{x} = ax + \frac{a}{x} + ۲b \to a = ۳,\ b = -۶$$

$$\Rightarrow f(x) = ۳x - ۶ \to f(-۱) = -۳ - ۶ = -۹$$

Scanned by CamScanner