۱۵٫۷۵

نازنین کریمی　　تکلیف شماره ۴　　کلاس یازدهم دختر A

۱

الف) $\frac{x-۱}{x}-\frac{x}{x-۱}\geqslant ۰ \Rightarrow \frac{(x-۱)^۲-x^۲}{x(x-۱)}\geqslant ۰ \Rightarrow \frac{-۲x+۱}{x(x-۱)}\geqslant ۰ \Rightarrow \begin{array}{ccccccc} & ۰ & & \frac{۱}{۲} & & ۱ & \\ + & \vert & - & \vert & + & \vert & - \end{array}$

$D_f \Rightarrow (-\infty,۰)\cup[\frac{۱}{۲},۱)$

۴

ب) $x\neq ۱,۰,-۱,-۲$

کسری که مخرج آن صفر شود، تعریف نشده است، پس:

$\frac{۳}{x-۱}+\frac{۱}{x+۲}\neq ۰ \Rightarrow \frac{۳(x+۲)+(x-۱)}{(x-۱)(x+۲)}\neq ۰ \Rightarrow ۴x+۵\neq ۰ \Rightarrow x\neq \frac{-۵}{۴}$

$D_f=\mathbb{R}-\{۱,۰,-۱,-۲,-\frac{۵}{۴}\}$

۲

الف) $\left((\frac{۱}{۳})^x-۹\right)\left(۳۲-۴^x\right)\geqslant ۰ \Rightarrow$ معادله ها به ازای $x=-۲, \frac{۵}{۲}$ ، صفر می‌شود، پس:

$D_f=(-\infty,-۲]\cup[\frac{۵}{۲},+\infty)$　$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & \frac{۵}{۲} & \\ + & \vert & - & \vert & + \end{array}$

۱٫۲۵

ب) $(\sqrt{y+۱})=(۳-\sqrt[۴]{x-۱}) \Rightarrow y+۱=۹+\sqrt{x-۱}-۶\sqrt[۴]{x-۱} \Rightarrow$

$y=۸+\sqrt{x-۱}-۶\sqrt[۴]{x-۱} \Rightarrow x-۱\geqslant ۰ \Rightarrow \boxed{x\geqslant ۱}$

۳

$\frac{\log_۴(x^۲-x-۲)}{\sqrt{x^۲-۱}+۱} \Rightarrow x^۲-x-۲>۰ \Rightarrow (x+۱)(x-۲)>۰ \Rightarrow \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۲ & \\ + & \vert & - & \vert & + \end{array}$

$D_f=(-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$ ①

۴

$\sqrt{x^۲-۱}\geqslant ۰ \Rightarrow x^۲-۱\geqslant ۰ \Rightarrow x^۲\geqslant ۱ \Rightarrow \begin{cases} x\geqslant ۱ \\ x\leqslant -۱ \end{cases}$ ②

$\sqrt{x^۲-۱}+۱\neq ۰ \Rightarrow \sqrt{x^۲-۱}\neq -۱ \xRightarrow{\text{همواره برقرار}} D_f=\mathbb{R}$ ③ $\boxed{D_f=۱\cap ۲\cap ۳ \Rightarrow (-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)}$

۴

$۳+ax-x^۲ \overset{-۲}{\Rightarrow} ۳-۲a-۴=۰ \Rightarrow \boxed{a=-\frac{۱}{۲}} \Rightarrow ۳-\frac{۱}{۲}x-x^۲$

$x^۲+\frac{۱}{۲}x-۳\leqslant ۰$　$\boxed{\Delta \Rightarrow \frac{۴۹}{۴}} \xRightarrow{\text{ریشه ها}} =\boxed{-۲,\frac{۳}{۲}}$

۴

$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & \frac{۳}{۲} & \\ + & \vert & - & \vert & + \end{array} \Rightarrow D_f=[-۲,\frac{۳}{۲}] \Rightarrow \boxed{b=\frac{۳}{۲}}$

$a+b=-\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}=\frac{۲}{۲}=$ ①

۵

$f(x)\geqslant x$　$\begin{cases} x\geqslant ۱ \text{ ①} \Rightarrow ۳x-۲\geqslant x \Rightarrow ۲x\geqslant ۲ \text{ ②} \rightarrow x\geqslant ۱ \\ x<۱ \text{ ③} \Rightarrow ۳x+۳\geqslant x \Rightarrow x\geqslant -۳ \text{ ④} , x<۱ \end{cases}$

۱

$\left.\begin{array}{l} ۱\cap ۲ \Rightarrow [۲,+\infty)\ \text{I} \\ ۳\cap ۴ \Rightarrow [-۳,۱)\ \text{II} \end{array}\right\} \text{I}\cup\text{II} \Rightarrow \varnothing$　$D_f=[-۳,+\infty)$

۶	$۲f(۵) = f(-۲)+a \Rightarrow ۲\big((a+۱)(۷)\big) = ۳a-۴+a$ $۲(۷a+۷) = ۴a-۴ \Rightarrow ۱۴a+۱۴ = ۴a-۴$ $۱۰a = -۱۸ \Rightarrow a = \frac{-۱۸}{۱۰} \Rightarrow \boxed{a = -۱٫۸}$ ۵
۷	$\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}} + \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}} + ۴ \Rightarrow \left(\sqrt[۴]{۲+\sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt[۴]{۲+\sqrt{۳}}}\right)^{۲}$ $\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲-\sqrt{۳}} \Rightarrow$ $\boxed{۲\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + ۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}$ $۲\Big(\underbrace{\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲-\sqrt{۳}}}_{A}\Big)+۴ \Rightarrow ۲\sqrt{۶}+۴$ $A^{۲}=۶$ ۱٫۵
۸	$۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^{۲} - x \Rightarrow ۴f(x) - ۶f(-x) = ۸x^{۲} - ۲x$ $۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^{۲} + x \Rightarrow ۶f(-x) - ۹f(x) = ۱۲x^{۲} + ۳x$ $-۲f(x) = ۲۰x^{۲} + x$ $f(x) = -۴x^{۲} - \frac{۱}{۵}x$ $\boxed{f(x) = -۱۰x^{۲} - \frac{x}{۲}}$ ۱
۹	$۶f(۵) = ۴(-۲) - m(-۲) + ۳m - ۱$ $۶f(۵) = ۱۲ + ۵m - ۱$ $f(۵) \Rightarrow \frac{۱۵+۵m}{۶} = \frac{۳m+۱}{۲} \xRightarrow{m=۳} \boxed{f(۵) = ۵}$ $۳۰ + ۱۰m = ۱۸m + ۶ \Rightarrow ۲۴ = ۸m \Rightarrow \boxed{m = ۳}$ ۱
۱۰	$f(x) + f(\frac{۱}{x}) = \frac{۳x^{۲}-۱۲x+۳}{x} \Rightarrow ax+b+\frac{a}{x}+b = \frac{۳x^{۲}-۱۲x+۳}{x}$ $ax + \frac{a}{x} + ۲b = ۳x - ۱۲ + \frac{۳}{x} \begin{cases} a = ۳ \\ b = -۶ \end{cases} \Rightarrow f(x) = ۳x - ۶$ $f(-۱) = ۳(-۱) - ۶ = \boxed{-۹}$ ۴

۲ ـ ب)

$x-۱ \geq ۰ \rightarrow x \geq ۱$

$\underbrace{۳ - \sqrt[۴]{x-۱}}_{\geq ۰} = \underbrace{\sqrt{y+۱}}_{+} \rightarrow x \leq ۸۲ \rightarrow D_f = [۱, ۸۲]$

$$\underline{x=\text{۰}}\rightarrow \text{۲}f(\text{۰})=\text{۳}m-\text{۱}\longrightarrow f(\text{۰})=\frac{\text{۳}m-\text{۱}}{\text{۲}}$$

۱۹

$$\frac{\text{۳}m-\text{۱}}{\text{۲}}=\frac{\text{۱۵}+\text{۵}m}{\text{۶}}\longrightarrow m=\frac{\text{۹}}{\text{۲}}\qquad f(\text{۰})=\frac{\text{۲۵}}{\text{۴}}$$