نام و نام خانوادگی [illegible] محمدرضایی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ ... کلاس یازدهم تجربی A ....

۱

الف) $\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geqslant 0 \rightarrow \frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geqslant 0 \quad \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}\geqslant 0 \rightarrow \frac{-2x+1}{x(x-1)}\geqslant 0$

$-2x+1 \rightarrow x=\frac{1}{2}$ ، $x(x-1) \rightarrow x\neq 0$ ، $x=1$

$\begin{array}{c|ccccccc} & & 0 & & \frac{1}{2} & & 1 & \\ \hline & + & \vdots & - & 0 & + & \vdots & - \end{array} \rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $\frac{\frac{x-2(x+1)}{x(x+1)}}{\frac{3(x+2)+1(x-1)}{(x+2)(x-1)}} = \frac{\frac{x-2x-2}{x(x+1)}}{\frac{3x+6+x-1}{(x+2)(x-1)}} \rightarrow \frac{\frac{-x-2}{x(x+1)}}{\frac{4x+5}{(x+2)(x-1)}}$

① $x(x+1)\neq 0 \rightarrow x\neq 0 ,\ x\neq -1$

② $\frac{4x+5}{(x+2)(x-1)}\neq 0 \rightarrow 4x+5\neq 0 \rightarrow x\neq\frac{-5}{4}$

③ $(x-1)(x+2)\neq 0 \rightarrow x\neq 1 ,\ x\neq -2$

$D_f=\mathbb{R}-\{-2,\frac{-5}{4},-1,0,1\}$

۲

الف) $((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)\geqslant 0 \rightarrow (3^{-x}-3^2)(2^5-2^{2x})\geqslant 0$

$3^{-x}-3^2=0 \rightarrow x=-2$

$2^5-2^{2x}=0 \rightarrow x=\frac{5}{2}$

$\begin{array}{c|ccccc} & & -2 & & \frac{5}{2} & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \rightarrow D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\rightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

$x-1\geqslant 0 \rightarrow x\geqslant 1$ ①

$3-\sqrt[4]{x-1}\geqslant 0 \rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leqslant 3 \rightarrow x-1\leqslant 81 \rightarrow x\leqslant 82$ ②

$D_f=①\cap②=[1,82]$

۳

$x^2-x-2>0$ ، $x=-1$ ، $x=2$

$\begin{array}{c|ccccc} & & -1 & & 2 & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ ①

$x^2-1\geqslant 0 \rightarrow x^2\geqslant 1$ ، $x\geqslant 1$ یا $x\leqslant -1$ $\rightarrow (-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ ②

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \rightarrow \sqrt{x^2-1}\neq -1 \rightarrow$ همواره برقرار است $\rightarrow \mathbb{R}$ ③

$D_f=①\cap②\cap③=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴

$3+ax-x^2\geqslant 0$

ریشه‌ها ۲- و b است ← عبارت به ازای $x=-2$ صفر می‌شود $\rightarrow 3-2a-4=0 \rightarrow -2a=1 \rightarrow a=\frac{-1}{2}$

$a=\frac{-1}{2}$ ، $-x^2-\frac{x}{2}+3\geqslant 0 \rightarrow x=\frac{1\mp\sqrt{1-4(-2)(6)}}{2\times -2}$

$x_1=\frac{1+7}{-4}=-2$

$x_2=\frac{1-7}{-4}=\frac{3}{2}$

$\begin{array}{c|ccccc} & & -2 & & \frac{3}{2} & \\ \hline & + & 0 & + & 0 & + \end{array}$

$a+b=\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}=1 \leftarrow b=\frac{3}{2} \leftarrow [-2,\frac{3}{2}]$

۵

$f(x)-x\geqslant 0 \rightarrow f(x)=x$

$3x-2=x \rightarrow x=1$

$2x+3=x \rightarrow x=-3$

$\begin{array}{c|ccccc} & & -3 & & 1 & \\ \hline & - & 0 & + & 0 & + \end{array}$

با توجه به ضابطه‌ها (مثلا به ازای $x=2 \leftarrow 3(2)-2=4$ پس مثبت است یا به ازای $x=0 \leftarrow 2(0)+3=3$ مثبت است یا به ازای $x=-4 \leftarrow 2(-4)+3=-5$ منفی است)

$D_f=[-3,+\infty)$

فرناز محمدرضایی

۶

$f(5) = (a+1)(7) = 7a+7 \longrightarrow 2f(5) = 14a+14$

$f(-2) = 3a + 2(-2) = 3a-4$

$2f(5) = f(-2) + a \longrightarrow 14a+14 = 3a-4+a \longrightarrow 10a = -18 \longrightarrow a = -1/8$

۷

$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \longrightarrow \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}}$

$\frac{(\sqrt{2-\sqrt{3}}+1)^2}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} + \frac{(\sqrt{2+\sqrt{3}}+1)^2}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \xrightarrow{\text{مخرج‌ها را گویا می‌کنیم}} \frac{(\sqrt{2-\sqrt{3}}+1)^2(\sqrt{2+\sqrt{3}})}{\cancel{\sqrt{4-3}}_{\,1}} + \frac{(\sqrt{2+\sqrt{3}}+1)^2(\sqrt{2-\sqrt{3}})}{\cancel{\sqrt{4-3}}_{\,1}}$

$\xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم}} \underbrace{(\overset{1}{\cancel{\sqrt{4-3}}} + \sqrt{2+\sqrt{3}})(\sqrt{2-\sqrt{3}}+1)}_{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}} + \underbrace{(1+\sqrt{2-\sqrt{3}})(1+\sqrt{2+\sqrt{3}})}_{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

$= 4 + 2\sqrt{2+\sqrt{3}} + 2\sqrt{2-\sqrt{3}}$

۸

$\xrightarrow{x=x} 2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x \longrightarrow 2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x$

$\xrightarrow{x=-x} 2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 + x \xrightarrow{\times \frac{3}{2}} 3f(-x) - \frac{9}{2}f(x) = 6x^2 + \frac{3}{2}x$

$-\frac{5}{2}f(x) = 10x^2 + \frac{1}{2}x$

$\longrightarrow f(x) = (10x^2 + \frac{1}{2}x)\frac{-2}{5} = -4x^2 - \frac{1}{5}x$

۹

$x+2=0 \longrightarrow x=-2$

$\xrightarrow{x=-2} 6f(0) = 5m+15 \xrightarrow{\div 3} 2f(0) = \frac{5}{3}m + 5$ ①

$\xrightarrow{x=0} 2f(0) = 3m-1$ ②

$\longrightarrow$ ① = ② $\longrightarrow \frac{5}{3}m + 5 = 3m - 1 \longrightarrow \frac{4}{3}m = 6 \longrightarrow m = \frac{9}{2}$

$2f(0) = \frac{5}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{9}^{\,3}}{2} + 5 = \frac{25}{2} \longrightarrow f(0) = \frac{25}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{25}{4}$

۱۰

$f(x) + f(\frac{1}{x}) = \frac{3x^2 - 12x + 3}{x}$

$f(-1) + \underbrace{f(\frac{1}{-1})}_{f(-1)} = \frac{3(-1)^2 - 12(-1) + 3}{-1} \longrightarrow 2f(-1) = -18 \longrightarrow f(-1) = -9$