نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس ..... دهم ..... A

۱

(الف) $\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \rightarrow \frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \rightarrow \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \rightarrow \frac{-2x+1}{x(x-1)}\geq 0$

$-2x+1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$ ، $x=0$ ، $x=1$

	0		$\frac{1}{2}$		1
$-2x+1$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
x	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{-2x+1}{x(x-1)}$	$\not\exists$	$+$	0	$-$	$\not\exists$

$\rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

(ب) $\frac{x-2(x+1)}{x(x+1)}=\frac{x-2x-2}{x(x+1)}$

$\frac{3(x+2)+1(x-1)}{(x+2)(x-1)}=\frac{3x+6+x-1}{(x+2)(x-1)}$

$\rightarrow \frac{-x-2}{x(x+1)}$ ، $\frac{4x+5}{(x+2)(x-1)}$

① $x(x+1)\neq 0 \rightarrow x\neq 0$ ، $x\neq -1$

② $\frac{4x+5}{(x+2)(x-1)}\neq 0 \rightarrow 4x+5\neq 0 \rightarrow x\neq -\frac{5}{4}$

③ $(x-1)(x+2)\neq 0 \rightarrow x\neq 1$ ، $x\neq -2$

$D_f=\mathbb{R}-\{-2,-\frac{5}{4},-1,0,1\}$

۲

(الف) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(3^{2-x}-4^x\right)\geq 0 \rightarrow \left(3^{-x}-3^2\right)\left(2^5-2^{2x}\right)\geq 0$

$3^{-x}-3^2=0 \rightarrow x=-2$

$2^5-2^{2x}=0 \rightarrow x=\frac{5}{2}$

	-2		$\frac{5}{2}$	
$3^{-x}-3^2$	$+$	0	$-$	$-$
2^5-2^{2x}	$+$	0	$-$	0
$\frac{\cdots}{\cdots}$	$+$	0	$-$	$\not\exists$

$\rightarrow D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

(ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\rightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

① $x-1\geq 0 \rightarrow x\geq 1$

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \rightarrow x-1\leq 81 \rightarrow x\leq 82$ ②

$D_f=①\cap②=[1,82]$

۳

$(x^2-x-2>0 \rightarrow x=-1, x=2)$

	-1		2	
x^2-x-2	$+$	0	$-$	0	$+$

① $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

$x^2-1\geq 0 \rightarrow x^2\geq 1 \rightarrow x\geq 1$ یا $x\leq -1$

② $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \rightarrow \sqrt{x^2-1}\neq -1$ ③ همواره برقرار است $\rightarrow \mathbb{R}$

$D_f=①\cap②\cap③=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴

$3+ax-x^2\geq 0$

ریشه‌ها -2 و b است $\rightarrow$ عبارت به ازای $x=-2$ صفر می‌شود $\rightarrow 3-2a-4=0 \rightarrow -2a=1 \rightarrow a=\frac{-1}{2}$

$a=\frac{-1}{2}$

$-x^2-\frac{x}{2}+3\geq 0 \rightarrow x=\frac{1\mp\sqrt{1-4(-2)(6)}}{2\times -2}$

$x_1=\frac{1+7}{-4}=-2$

$x_2=\frac{1-7}{-4}=\frac{3}{2}$

	-2		$\frac{3}{2}$	
$-x^2-\frac{x}{2}+3$	$-$	0	$+$	0	$-$

$\rightarrow [-2,\frac{3}{2}\}$ $\leftarrow b=\frac{3}{2}$

$a+b=\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}\neq 1$ ①

۵

$f(x)-x\geq 0 \rightarrow f(x)=x$

$3x-2=x \rightarrow x=1$

$2x+3=x \rightarrow x=-3$

	-3		1	
$3x-2-x$	$-$	$-$	0	$+$
$2x+3-x$	$-$	0	$+$	$+$

با توجه به ضابطه‌ها (مثلاً به ازای $x=2$ ← $3(2)-2=4$ پس مثبت است یا به ازای $x=0$ ← $2(0)+3=3$ مثبت است یا به ازای $x=-4$ ← $2(-4)+3=-5$ منفی است)

$D_f=[-3,+\infty)$

فرناز محمدرضایی

۶

$f(a) = (a+1)(7) = 7a+7 \rightarrow 2f(a) = 14a+14$

$f(-2) = 3a + 2(-2) = 3a-4$

$2f(a) = f(-2) + a \rightarrow 14a+14 = 3a-4+a \rightarrow 10a = -18 \rightarrow a = -\frac{18}{10} = -1.8$

۷

$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \rightarrow \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}}$

$\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)^2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+1)^2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ مخرج‌ها را گویا می‌کنیم

$\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)^2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1} + \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+1)^2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{1}$ ساده می‌کنیم

$= (\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1) + (1+\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3}) + 2 = 4 + 2\sqrt{2}+\sqrt{3} + 2\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$= 4 + 4\sqrt{2}$

۸

$x \to -x: \quad 2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 + x$

$x \to x: \quad 2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x \quad \times \frac{3}{2}$

$3f(-x) - \frac{9}{2}f(x) = 6x^2 + \frac{3}{2}x$

$-\frac{5}{2}f(x) = 10x^2 + \frac{1}{2}x$

$f(x) = \frac{2}{-5}(10x^2 + \frac{1}{2}x) = -4x^2 - \frac{1}{5}x$

۹

$x+2=0 \rightarrow x=-2$

$x=-2: \quad 4f(0) = 8m+16 \xrightarrow{\div 4} 2f(0) = 2m+4 \quad (1)$

$x=0: \quad 2f(0) = 3m-1 \quad (2)$

$(1)=(2) \rightarrow 2m+4 = 3m-1 \rightarrow m = 5$

$2f(0) = 2(5)+4 = 14 \rightarrow f(0) = 7$

۱۰

$f(x) + f(\frac{1}{x}) = \frac{3x^2-12x+3}{x}$

$f(-1) + f(\frac{1}{-1}) = \frac{3(-1)^2-12(-1)+3}{-1} \rightarrow 2f(-1) = -18 \rightarrow f(-1) = -9$