۱۹٫۲۵

نام و نام خانوادگی: هستی جلالی خواه — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۴ — کلاس یازدهم (A)

۱

الف)

$\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1} \geq 0$ $\quad x\neq 0,\ x-1\neq 0,\ x\neq 1$ ①

$\frac{x^2-2x+1-x^2}{x^2-x} \geq 0$ $\quad$ ریشه: $\frac{-2x+1}{x^2-x} \geq 0$ $\quad$ ریشه‌ها: $0,\ 1,\ \frac12$

x		0		$\frac12$		1	
$-2x+1$	+		+		−		−
x^2-x	+		−		−		+
	+		−		+		−

$(-\infty,0)\cup[\frac12,1)$ ②

① ∩ ② $\rightarrow D_f: (-\infty,0)\cup[\frac12,1)$

ب)

$x\neq -1 \leftarrow x+1\neq 0$

$x\neq 0 \leftarrow x\neq 0$

$x\neq 1 \leftarrow x-1\neq 0$

$x\neq -2 \leftarrow x+2\neq 0$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0$

$\frac{3}{x-1}\neq\frac{-1}{x+2}$

$3x+6\neq -x+1$

$4x\neq -5$

$x\neq \frac{-5}{4}$

$D_f: \mathbb{R}-\{-2,-1,1,0,\frac{-5}{4}\}$

۵

۲

الف)

$\left[(\frac13)^x-9\right](32-4^x)\geq 0$

x		-2		$\frac52$	
A	+		−		−
B	+		+		−
	+		−		+

ریشه:

A: $(\frac13)^x-9=0 \quad (\frac13)^x=9 \quad x=\log_{\frac13}9=-2$

B: $32-4^x=0 \quad 4^x=32 \quad x=\log_4 32=\frac52$

منفی ۲

$D_f: (-\infty,-2]\cup[\frac52,+\infty)$

۱٫۵

ب)

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

$y+1=9-6\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{x-1}$

$y=8-6\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{x-1}$

$x-1\geq 0$ $\quad x-1\geq \to x\geq 1$

$x\geq 1$ $\quad \underbrace{3-\sqrt[4]{x-1}}_{\geq 0}=\sqrt{y+1} \to x\leq 82 \quad D_f=[1,82]$

$D_f: [1,+\infty)$

۳

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0$ همواره برقرار است

$\sqrt{x^2-1}\neq -1$

A: $x^2-1\geq 0$

$x^2\geq 1$

$x\geq 1$

$x\leq -1$ $\quad (-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ ①

$x^2-x-2>0$

$(x-2)(x+1)>0$

$x>2 \quad x<-1$

x		-1		2	
	+		−		+

$(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ ②

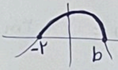
$\boxed{① \cap ② \longrightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)}$

۵

۴

$\sqrt{3+ax-x^2} \rightsquigarrow -x^2+ax+3\geq 0 \longrightarrow$

$D(f)=[-2,b]$



$b=\frac32$

$\boxed{\frac32-\frac12=1 \quad b+2a=1}$

$x=-2 \to f(x)=0$

$-(-2)^2+(-2)a+3=0$

$-4-2a+3=0$

$a=\frac{-1}{2}$

$-x^2-\frac12x+3 \div (x+2) = -x+\frac32$

$\mp x^2 \mp 2x$

$\frac32x+3$

$\pm\frac32x\pm3$

یکی از ریشه‌ها -2 = بنابراین عبارت بر $x+2$ بخش پذیر است.

ریشه دوم $=\frac32$ در نتیجه حل میشود

$-x^2-\frac12x+3=(x+2)(\frac32-x)$

۵

۵

$\sqrt{f(x)-x} \quad f(x)-x\geq 0 \quad \boxed{f(x)\geq x}$

$(x\geq 1)$: $3x-2\geq x \to 2x\geq 2 \to \boxed{x\geq 1}$ ①

$(x<1)$: $2x+3\geq x \to x\geq -3 \rightsquigarrow [-3,+\infty)\cap(-\infty,1) \xrightarrow{\text{در}} \boxed{[-3,1)}$ ②

۵

① ∪ ② $\longrightarrow [1,+\infty)\cup[-3,1) \Longrightarrow D(g): [-3,+\infty)$

$5>1 \longrightarrow f(5)=(a+1)(5+2)=7(a+1)=7a+7$

$-2<1 \longrightarrow f(-2)=3a+2(-2)=3a-4$

$2f(5)=f(-2)+a$ 6

$2(7a+7)=3a-4+a$

$2(7a+7)=4a-4$ ~~$7a+7=4a-4$~~

$\cancel{2}(7a+7)=\cancel{2}(2a-2)$ $\quad 7a+7=2a-2 \quad 5a=-9 \quad a=\frac{-9}{5}$

$2-\sqrt{3}=a \qquad f(a)=\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}+2 \rightarrow f(a)=f(\frac{1}{a})$

$2+\sqrt{3}=\frac{1}{a} \qquad f(\frac{1}{a})=\sqrt{\frac{1}{a}}+\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a}}}+2=\frac{1}{\sqrt{a}}+\sqrt{a}+2 \qquad f(a)+f(\frac{1}{a})=2f(a)$

$2f(a)=2\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+2\right)=2\left(\underbrace{\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}_{\text{مجموع دو رادیکال را } t \text{ نامیدیم همواره مثبت}}+2\right)=2(t+2)$ 6 7

$t^2=2-\cancel{\sqrt{3}}+2+\cancel{\sqrt{3}}+2\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$

$t^2=2+2+2\sqrt{1} \Longrightarrow t^2=6 \Rightarrow t=\sqrt{6}$ (همواره مثبت)

$f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=2(t+2)=2(\sqrt{6}+2)=\boxed{2\sqrt{6}+4}$

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x$

$\xrightarrow{-x}\ 2f(-x)-3f(x)=4(-x)^2+x=4x^2+x$

$\xrightarrow{\times 2}\ 4f(x)-6f(-x)=8x^2-2x$ 6 8

$\xrightarrow{\times 3}\ -9f(x)+6f(-x)=12x^2+3x$

$-5f(x)=20x^2+x$

$f(x)=\frac{20x^2+x}{-5}$

$\xrightarrow{0}\ 2f(0)=3m-1 \longrightarrow f(0)=\frac{3m-1}{2}$

$\xrightarrow{-2}\ +6f(0)=16+2m+3m-1 \longrightarrow f(0)=\frac{15+5m}{6}$ 6

$\frac{3m-1}{\cancel{2}_1}=\frac{15+5m}{\cancel{6}_3} \qquad f(0)=\frac{3(\frac{9}{2})-1}{2}=\frac{\frac{27}{2}-\frac{2}{2}}{2}=\boxed{\frac{25}{4}}$ 9

$9m-3=15+5m \rightarrow 4m=18 \rightarrow m=\frac{9}{2}$

$f(x)+f(\frac{1}{x})=ax+b+\frac{a}{x}+b=\frac{3x^2-12x+3}{x}$

$\frac{ax^2+bx+a+bx}{\cancel{x}}=\frac{3x^2-12x+3}{\cancel{x}} \Longrightarrow \boxed{a=3}$ 6

$2b=-12 \rightarrow \boxed{b=-6}$ 10

$f(-1)=ax+b=3x-6=3(-1)-6=-3-6=\boxed{-9}$