درسا صادق زاده یازدهم ریاضی A

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$ $\quad \frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{1-2x}{x(x-1)}\geq 0$

$\hookrightarrow x=0,\frac{1}{2},1$

	0		$\frac{1}{2}$		1	
$+$		$-$		$+$		$-$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$.

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \Rightarrow \frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \Rightarrow \frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}=\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}$

$\hookrightarrow x\neq -\frac{5}{4},-2,1$ و $\Rightarrow x+1\neq 0,\ x\neq 0 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-\frac{5}{4},-2,1,-1,0\}$

سوال ۲) الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)} \to (3^{-x}-9)(2^5-2^{2x})\geq 0$

$\hookrightarrow 3^{-x}-9=0 \quad 3^{-x}=9 \Rightarrow x=-2 \qquad 2^5-2^{2x}=0 \Rightarrow x=2.5$

	-2		2.5	
$+$		$-$		$+$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-2]\cup[2.5,+\infty)$

ب) $\underbrace{\sqrt[4]{x-1}}_{\text{یا صفر یا +}}+\underbrace{\sqrt[3]{y+1}}_{\text{یا صفر یا +}}=3 \to x\geq 1$ ①

↳ این رادیکال حداکثر ۳ می‌تواند باشد ← بیشترین مقدار

این رادیکال حداقل صفر را می‌تواند باشد

$x-1=81 \to x=82\in x$ ②

①② $\Longrightarrow D_f=[1,82]$

سوال ۳) $f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$ $\Rightarrow x^2-x-2>0 \to (x-2)(x+1)>0$

همیشه برقرار زیرا حاصل رادیکال منفی نمی‌شود

	-1		2	
$+$		$-$		$+$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

سوال ۴) $y=\sqrt{3+ax-x^2} \longrightarrow -x^2+ax+3$ ‎-2 یکی از ریشه‌ها است و b ریشه دیگر

$\xrightarrow{x=-2} -4-2a+3=0 \to -2a=1 \to a=-\frac{1}{2}$

$-x^2-\frac{1}{2}x+3 \to \Delta=\frac{1}{4}+12=\frac{49}{4} \to x=\dfrac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{-2} \Rightarrow x=-2,\ x=\frac{3}{2}$

$a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\boxed{1}$

Subject: Year. Month. Day.

سوال ۵)

$\rightarrow x \geq ۱ \rightarrow g(x) = \sqrt{۳x - ۲ - x} = \sqrt{۲(x-۱)} \rightarrow \sqrt{۲(x-۱)} \geq ۰$

$\underset{-\quad ۱ \quad +}{\rule{3em}{0.4pt}} \rightarrow D_f : [۱, +\infty)$ ①

$\rightarrow x < ۱ \rightarrow g(x) = \sqrt{۲x + ۴ - x} = \sqrt{x + ۴} \rightarrow \sqrt{x+۴} \geq ۰ \rightarrow \underset{-\quad -۴ \quad +}{\rule{3em}{0.4pt}} \rightarrow D_f : [-۴, +\infty)$ ②

①∪② $= [-۴, +\infty)$

سوال ۶)

$۲f(۵) = f(-۲) + a \qquad f(x) = \begin{cases} (a+۱)(x+۲) \; ; & x \geq ۱ \\ ۳a + ۲x \; ; & x < ۱ \end{cases}$

$۲(۷a + ۷) = ۳a - ۴ + a \qquad \hookrightarrow f(۵) = (a+۱) \cdot ۷ = ۷a + ۷$

$۱۴a + ۱۴ = ۴a - ۴ \rightarrow ۱۰a = -۱۸ \qquad \hookrightarrow f(-۲) = ۳a - ۴$

$\Rightarrow ۱۰a = -۱۸ \rightarrow a = \frac{-۱۸}{۱۰} = -۱/۸$

سوال ۷)

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{۱}{\sqrt{x}} + ۲ \; , \rightarrow (۲ - \sqrt{۳})(۲ + \sqrt{۳}) = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲ - \sqrt{۳}} = ۲ + \sqrt{۳}$

$f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳}) = \sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + ۲ + \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲-\sqrt{۳}} + ۲ =$

$۲\left(\underbrace{\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲-\sqrt{۳}}}_{A} + ۲\right)$

$A \xrightarrow{\text{توان ۲}} A^۲ = ۲ + \sqrt{۳} + ۲ - \sqrt{۳} + ۲ = A^۲ = ۶ \rightarrow A = \sqrt{۶}$

$۲(\sqrt{۶} + ۲) = ۲\sqrt{۶} + ۴$

سوال ۸)

$\begin{cases} ۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \;)۲ \\ ۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x \;)۳ \end{cases}$

$-۵f(x) = ۸x^۲ - ۲x + ۱۲x^۲ + ۳x = ۲۰x^۲ + x = -۵f(x) \Rightarrow f(x) = \frac{۲۰x^۲ + x}{-۵}$

سوال ۹)

$(x+۲)f(x) - ۳xf(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$

$\xrightarrow{x=-۲} ۴f(۰) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱ \rightarrow ۴f(۰) = ۵(۳+m)$

$\rightarrow f(۰) = \frac{۵}{۴}(۳+m)$

$\xrightarrow{x=۰} ۲f(۰) = ۳m - ۱ \rightarrow f(۰) = \frac{۳m-۱}{۲}$

$\rightarrow \frac{۵}{\cancel{۴}_{۳}}(۳+m) = \frac{۳m-۱}{\cancel{۲}} \Rightarrow ۱۵ + ۵m = ۹m - ۳$

$۴m = ۱۸ \Rightarrow \boxed{m = \frac{۹}{۲}}$

$f(۰) = \frac{۵}{\cancel{۴}_{۲}} \times \frac{\cancel{۱۵}^{۵}}{۲} = \boxed{\frac{۲۵}{۴}}$

سوال ۱۰)

$f(x) + f(\frac{۱}{x}) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x}$

$۲f(-۱) = \frac{۳ + ۱۲ + ۳}{-۱} \Rightarrow \boxed{f(-۱) = -۹}$