نام و نام خانوادگی ....پارلا شریفی...... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ....۴.... **کلاس** ....A.......

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$ ← $x\neq ۰$ ، $x-1\neq ۰$ ، $x\neq 1$

$\frac{\cancel{x^۲}+1-۲x-\cancel{x^۲}}{x^۲-x}=\frac{-۲x+1}{x^۲-x}\geq ۰$ ← $x=\frac{1}{۲}$ ، $x(x-1)$ ← $x=۰$ و $x=1$

$۰ \quad \frac{1}{۲} \quad 1$ ؛ $+ \quad - \quad + \quad -$

$D=(-\infty,۰)\cup[\frac{1}{۲},1)$

ب) $f(x)=\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{۲}{x}}{\frac{۳}{x-1}+\frac{1}{x+۲}}$

$x+1\neq ۰$ ، $x\neq -1$ ، $x+۲\neq ۰$ ، $x\neq -۲$ ، $x\neq ۰$ ، $x-1\neq ۰$ ، $x\neq 1$

← $\frac{۳x+۶+x-1}{x^۲-۳x-۲}\neq ۰$ ← $۴x+۵\neq ۰$ ، $x\neq -\frac{۵}{۴}$

$D=\mathbb{R}-\{-1,۰,1,-۲,-\frac{۵}{۴}\}$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{\left[\left(\frac{1}{۳}\right)^x-۹\right]\left(۳۲-۴^x\right)}$

$\left(\frac{1}{۳}\right)^x-۹\geq ۰$ ← $\left(\frac{1}{۳}\right)^x\geq ۹$ ؛ $x=-۲$ ؛ -۲ ، $+ \quad -$ ← $x\leq -۲$

$۳۲-۴^x\geq ۰$ ، $۲^۵\geq ۲^{۲x}$ ، $۲x\leq ۵$ ، $x\leq\frac{۵}{۲}$

$\boxed{I}=x\leq\frac{۵}{۲}\cap x\leq -۲$ ← $x\leq -۲$ ← هر دو را اشتراک میگیریم

$\left(\frac{1}{۳}\right)^x-۳^۲\leq ۰$ ← $\left(\frac{1}{۳}\right)^x\leq ۳^۲$ ← $x\geq -۲$ ؛ $۳۲-۴^x\leq ۰$ ← $۲^۵\leq ۲^{۲x}$ ← $x\geq\frac{۵}{۲}$ ← $x\geq\frac{۵}{۲}$ ← هر دو را اشتراک میگیریم

$D=(-\infty,-۲]\cup[\frac{۵}{۲},+\infty)$

ب) $\sqrt[۴]{x-1}+\sqrt{x+1}=۳$ ؛ $\sqrt{x+1}=۳-\sqrt[۴]{x-1}$ ؛ $\sqrt[۴]{x-1}\geq ۰$ ، $x\geq 1$ ؛ $D=[1,۸۲]$

$\sqrt{x+1}\geq ۰$ ؛ $۳-\sqrt[۴]{x-1}\geq ۰$ ؛ $۳\geq\sqrt[۴]{x-1}$ ← $۸1\geq x-1$ ← $۸۲\geq x$

۳

$f(x)=\frac{\log_۴(x^۲-x-۲)}{\sqrt{x^۲-1}+1}$

$x^۲-x-۲>۰$ ، $(x-۲)(x+1)>۰$ ؛ $-1 \quad ۲$ ؛ $+ \quad - \quad +$ ؛ $x=(-\infty,-1)\cup(۲,+\infty)$ $\boxed{I}$

$x^۲-1\geq ۰$ ← $(x-1)(x+1)\geq ۰$ ؛ $-1 \quad +1$ ؛ $+ \quad - \quad +$ ؛ $x=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ $\boxed{II}$

چون دو عبارت + هیچ وقت صفر نمی‌شود

$D=\boxed{I}\cap\boxed{II}=(-\infty,-1)\cup(۲,+\infty)$

۴

$\sqrt{-x^۲+ax+۳}$ ؛ $-۴-۲a+۳=۰$ ، $-۲a=1$ ، $a=-\frac{1}{۲}$

$[-۲,b]$ ← دامنه‌اش

معادله درجه ۲ دو جواب دارد.

$-x^۲-\frac{1}{۲}x+۳$

$\Delta=\frac{1}{۴}-\underbrace{۴\times ۳\times -1}_{1۲}=1۲+\frac{1}{۴}=\frac{۴۹}{۴}$

$\frac{+\frac{1}{۲}\pm\sqrt{\frac{۴۹}{۴}}}{-۲}=$ $\frac{1}{۲}+\frac{۷}{۲}=\frac{۸}{۲}=\frac{۴}{-۲}=-۲$ ؛ $\frac{1}{۲}-\frac{۷}{۲}=\frac{-\frac{۶}{۲}}{-۲}=+\frac{۳}{۲}=b$

$a+b=-\frac{1}{۲}+\frac{۳}{۲}=1$

۵

$g(x)\sqrt{f(x)-x}$ ؛ $f(x)-x\geq ۰$ ← $f(x)\geq x$ ← یعنی محدوده‌ای که در جواب $f(x)$ از x برابر یا بزرگتر باشد

$f(x)=\begin{cases}۳x-۲ \,;\, x\geq 1\\ ۲x+۳ \,;\, x<1\end{cases}$

← $۳x-۲\geq x$ ← $۲x\geq ۲$ ← $x\geq 1$ ← $D=[1,+\infty)$

← $۲x+۳$ ← $x=۰$ ؛ ۳ ، $۲x+۳$ ← $x=1$ ؛ ۵ ✗ ، $۲x+۳$ ← $x=-۲$ ؛ $-۴+۳=-1$ ، $۲x+۳$ ← $x=-۳$ ؛ -۳

$۲x+۳\geq x$ ← $x\geq -۳$ ← $x<1$ ← $[-۳,1)$

$D=[-۳,1)$

$D_{g(x)}=[-۳,+\infty)$

۶

$$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲);\ x>۱\\ ۳a+۲x;\ x\leq ۱\end{cases}$$

$۲f(۵)=f(-۲)+a$

$۲((a+۱)۷)=۳a-۴+a$

$۱۴a+۱۴=۴a-۴$

$۱۰a=-۱۸$

$a=-۱٫۸$

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲$

$x=۲-\sqrt{۳}\to\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}+۲$

$x=۲+\sqrt{۳}\to\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+۲$

$\frac{\sqrt{۴-۲\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۴-۲\sqrt{۳}}}+\frac{\sqrt{۴+۲\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۴+۲\sqrt{۳}}}+۴$

$۴+\frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-۱}+\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}+۱}=\frac{۲\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}}+\frac{\sqrt{۲}(\sqrt{۳}+۱)}{۳-۱}+\frac{\sqrt{۲}(\sqrt{۳}-۱)}{۳-۱}+۴$

$\frac{۴\sqrt{۳}+\overset{۲}{\cancel{\sqrt{۴}}}(\sqrt{۳}+۱)+۲(\sqrt{۳}-۱)}{۲\times\sqrt{۲}}+۴=\frac{۸\sqrt{۳}}{۲\sqrt{۲}}+۴=۲\sqrt{۶}+۴$

۸

$۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x$

$\xrightarrow{x}(۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x)\times۲$

$\xrightarrow{-x}(۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x)\times۳$

$۴f(x)-\cancel{۶f(-x)}=+۸x^۲+۲x$

$+\cancel{۶f(-x)}-۹f(x)=۱۲x^۲+۳x$

$-۵f(x)=۲۰x^۲+x\to f(x)=\frac{۲۰x^۲+x}{-۵}$

$-۴x^۲+\frac{۱}{-۵}x\leftarrow$

۹

$(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^۲-mx+۳m-۱$

$x=-۲\to +۶f(۰)=۱۶+۵m-۱\to ۶\times\frac{۳m-۱}{۲}=۵m+۱۵$

$x=۰\to ۲f(۰)=۳m-۱$

$f(۰)=\frac{۳m-۱}{۲}$

$۹m-۳=۵m+۱۵$

$۴m=۱۸\to m=\frac{۹}{۲}$

$۲f(۰)=۳\times\frac{۹}{۲}-۱=\frac{۲۷}{۲}-\frac{۲}{۲}=\frac{۲۵}{۲}$

۱۰

$f(x)+f(\frac{۱}{x})=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}$

$f(x)=ax+b$

$ax+b+\frac{a}{x}+b=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}\ \times x$

$ax^۲+۲bx+a=۳x^۲-۱۲x+۳$

$b=-۶\quad a=۳$

$f(x)=۳x-۶$

$f(x)_{x=-۱}=-۳-۶=-۹$