۱۹٫۷۵

نام و نام خانوادگی ...... کلاس ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۶ ...... A

۱	الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$ ⇐ $x\neq 0$, $x-1\neq 0$, $x\neq 1$ ؛ $\frac{x^2+1-2x-x^2}{x^2-x}=\frac{-2x+1}{x^2-x}\geq 0$ ، $x=\frac{1}{2}$ ، $x(x-1)$ ، $x=0$ یا $x=1$ ؛ $D=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$ ب) $f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{2}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$ ؛ $x+1\neq 0$, $x\neq -1$, $x\neq 0$, $x-1\neq 0$, $x\neq 1$, $x+2\neq 0$, $x\neq -2$ ⇐ $\frac{3x+6+x-1}{x^2-3x-2}\neq 0$ ، $4x+5\neq 0$ ، $x\neq -\frac{5}{4}$ ؛ $D=\mathbb{R}-\{-1,0,1,-2,-\frac{5}{4}\}$
۲	الف) $f(x)=\sqrt{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right]\left(32-4^x\right)}$ ؛ $\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\geq 0$ ⇐ $\left(\frac{1}{3}\right)^x\geq 9$ ، $x=-2$ ⇐ $x\leq -2$ ؛ $32-4^x\geq 0$ ، $2^5\geq 2^{2x}$ ، $2x\leq 5$ ، $x\leq\frac{5}{2}$ ؛ $\mathrm{I}=x\leq\frac{5}{2}\cap x\leq -2$ ⇐ $x\leq -2$ ⇐ در دو جا اشتراک می‌شود ؛ $\left(\frac{1}{3}\right)^x-3^2\leq 0$ ⇐ $\left(\frac{1}{3}\right)^x\leq 3^2$ ، $32-4^x\leq 0$ ⇐ $2^5\leq 2^{2x}$ ⇐ $x\geq\frac{5}{2}$ ⇐ $x\geq\frac{5}{2}$ هر دو را اشتراک می‌گیریم ؛ $D=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$ ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{x+1}=3$ ؛ $\sqrt{x+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$ ، $\sqrt[4]{x-1}\geq 0$ ، $x\geq 1$ ، $\sqrt{x+1}\geq 0$ ، $3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$ ، $3\geq\sqrt[4]{x-1}$ ⇐ $81\geq x-1$ ⇐ $82\geq x$ ؛ $D=[1,82]$
۳	$f(x)=\frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$ ؛ $x^2-x-2>0$ ، $(x-2)(x+1)>0$ ، $x=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ I ؛ $x^2-1\geq 0$ ⇐ $(x-1)(x+1)\geq 0$ ، $x=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ II ؛ دو عبارت + هیچ وقت صفر نمی‌شود ؛ $D=\mathrm{I}\cap\mathrm{II}=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$
۴	$\sqrt{-x^2+ax+3}$ ؛ $[-2,b]$ ⇐ ریشه‌هایش ؛ معادله درجه ۲ دو ریشه دارد. ؛ $-4-2a+3=0$ ، $-2a=1$ ، $a=-\frac{1}{2}$ ؛ $-x^2-\frac{1}{2}x+3$ ؛ $\Delta=\frac{1}{4}-\underbrace{4\times 3\times -1}_{12}=12+\frac{1}{4}=\frac{49}{4}$ ؛ $\frac{+\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{-2}=$ $\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=\frac{8}{2}=\frac{4}{-2}=-2$ ، $\frac{1}{2}-\frac{7}{2}=-\frac{6}{2}=+\frac{3}{2}=b$ ؛ $a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1$
۵	$g(x)\sqrt{f(x)-x}$ ؛ $f(x)-x\geq 0$ ، $f(x)\geq x$ ⇐ یعنی جواب‌هایی که در آن جواب $f(x)$ از x برابر یا بزرگتر باشد ؛ $f(x)=\begin{cases}3x-2\ ; & x\geq 1\\ 2x+3\ ; & x<1\end{cases}$ ⇐ $3x-2\geq x$ ⇐ $2x\geq 2$ ⇐ $x\geq 1$ ؛ $D=[1,+\infty)$ ⇐ $2x+3$ ، $x=0$ ، 3 ؛ $2x+3$ ، $x=-1$ ، 1 ؛ $2x+3$ ، $x=-2$ ، $-4+3=-1$ ؛ $2x+3$ ، $x=-3$ ، -3 ؛ $2x+3\geq x$ ⇐ $x\geq -3$ ، $x<1$ ⇐ $[-3,1)$ ؛ $D=[-3,1)$

$D_{g(x)}=[-3,+\infty)$

$$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2)\,; & x>1\\ 3a+2x\,; & x\leq 1\end{cases}$$

$2f(5)=f(-2)+a$

$2((a+1)7)=3a-4+a$

$14a+14=4a-4$

$10a=-18$

$a=-1/8$

۶

$f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+2$

$x=2-\sqrt{3}\rightarrow \sqrt{2-\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+2$

$x=2+\sqrt{3}\rightarrow \sqrt{2+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+2$

$\dfrac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}+\dfrac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+4$

1/75

$\rightarrow 4+\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{3-1}+\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{3-1}+4$

$\dfrac{4\sqrt{3}+2(\sqrt{3}+1)+2(\sqrt{3}-1)}{2\times\sqrt{2}}+4=\dfrac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}+4=2\sqrt{6}+4$

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x$

$\xrightarrow{x}(2f(x)-3f(-x)=4x^2-x)\times 2$

$\xrightarrow{-x}(2f(-x)-3f(x)=4x^2+x)\times 3$

$4f(x)-\cancel{6f(-x)}=8x^2-2x$

$+\cancel{6f(-x)}-9f(x)=12x^2+3x$

$-5f(x)=20x^2+x\rightarrow f(x)=\dfrac{20x^2+x}{-5}$

$-4x^2-\dfrac{1}{5}x$

۸

$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1$

$x=-2\rightarrow +6f(0)=16+5m-1\rightarrow 6\times\dfrac{3m-1}{2}=5m+15$

$x=0\rightarrow 2f(0)=3m-1$

$f(0)=\dfrac{3m-1}{2}$

$9m-3=5m+15$

$4m=18\rightarrow m=\dfrac{9}{2}$

$2f(0)=3\times\dfrac{9}{2}-1=\dfrac{27}{2}-\dfrac{2}{2}=\dfrac{25}{2}$

۹

$f(x)+f(\tfrac{1}{x})=\dfrac{3x^2-12x+3}{x}$ $\qquad f(x)=ax+b$

$ax+b+\dfrac{a}{x}+b=\dfrac{3x^2-12x+3}{x}$ $\quad \times x$

$ax^2+2bx+a=3x^2-12x+3$

$b=-6 \quad a=3$

$f(x)=3x-6$

$f(x)_{x=-1}=-3-6=-9$

۱۰