ملیکا محمد حسینی   تکالیف شماره سوم

سوال یک

$$\frac{x+3}{2x^3+3x^2-8x+3} \div x-1 \longrightarrow \frac{x+3}{2x^2+5x-3} = \frac{x+3}{\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{6}{2}\right)(x-1)} \longrightarrow \mathbb{R}-\left\{1,\frac{1}{2},-3\right\}$$

$$\frac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3} \longrightarrow \frac{x+3}{(x+3)(2x^2+3x+1)} = \frac{x+3}{2x^2+3x+1} = \frac{x+3}{(2x+1)(x+1)(x+3)} \Rightarrow \mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2},-1,-3\right\}$$

سوال دو

$$\frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1} \longrightarrow (x^3-2x^2)+(2x-1) = x^2(x-2)+1(2x-1) \longrightarrow (x-1)\underbrace{(x^2-x+1)}$$

$$\Delta=b^2-4ac \longrightarrow (-1)^2-4(1)(1) = -3<0$$ ریشه حقیقی ندارد

پس $\mathbb{R}-\{1\}$

$$\sqrt{\frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}} \longrightarrow \frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1} \longrightarrow \underbrace{(x-1)}\underbrace{(x^2-x+1)}_{\Delta<0}$$ مخرج

$x-1<0 \rightarrow x<1$ غ ق ق

$x-1>0 \rightarrow x>1$ ق ق

صورت ق ق -3 $x+3\geq 0 \rightarrow x\geq -3$

$$D=(-\infty,-3]\cup(1,+\infty)$$

سوال سه

$$\frac{2}{x^2-5|x-1|-2x+5} \longrightarrow |x-1| = x-1 \longrightarrow x^2-5x+5-2x+5 = x^2-7x+10 \neq 0$$

$x\geq 1 \longrightarrow x = \frac{7\pm\sqrt{49-40}}{2} = \frac{7\pm 3}{2} < \begin{matrix} x=2 \\ x=5 \end{matrix} \longrightarrow x\neq 2,5$

$x<1 \longrightarrow |x-1| = -(x-1) = -x+1 \longrightarrow x^2+5x-5-2x+5 = x^2+3x$

$x^2+3x\neq 0 \longrightarrow x(x+3)\neq 0 \xrightarrow{\text{ق ق}} x\neq 0,-3$

$$D=\mathbb{R}-\{-3,0,2,5\}$$

سوال ۴

$$\frac{x+3}{|2x+1|-|x+3|} \longrightarrow |2x+1|-|x+3| = |2x+1| = |x+3| \rightarrow 2x+1=x+3 = x=2$$

$2x+1=-x-3 \rightarrow 3x=-4 \rightarrow x=-\frac{4}{3}$

$$D=\mathbb{R}-\left\{+2,-\frac{4}{3}\right\}$$

$$\sqrt{|2x+1|-|x+3|} = |2x+1|-|x+3| \geq 0 \rightarrow |2x+1| \geq |x+3| \rightarrow 2x+1=0 \rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

$x+3=0 \rightarrow x=-3$

$x<-3 \rightarrow -2x-1+x+3 = -x+2 \rightarrow x\leq 2$

$-3\leq x<-\frac{1}{2} \rightarrow -2x-1-x-3 = -3x-4 \rightarrow x\leq -\frac{4}{3} \rightarrow -3\leq x\leq -\frac{4}{3}$

$x\geq -\frac{1}{2} \rightarrow 2x+1-x-3 = x-2 \rightarrow x\geq 2 \rightarrow [2,+\infty)$ $D=(\infty,-\frac{4}{3}]\cup[2,+\infty)$

۵) سیما محمدحسینی

الف) $\log_{2}(1-\log_{3}^{x})$

$x>0 \longrightarrow 1-\log_{3}^{x}>0 \longrightarrow 1>\log_{3}^{x} \longrightarrow x<3 \longrightarrow 0<x<3$

$D=(0,3)$

ب) $\log_{2}(1-\log_{\frac{1}{2}}^{x})$

$x>0 \longrightarrow 1-\log_{\frac{1}{2}}^{x}>0 \longrightarrow 1>\log_{\frac{1}{2}}^{x} \longrightarrow x<\frac{1}{2} \longrightarrow <x<\frac{1}{2}$

$D=(0,\frac{1}{2})$

ملیکا محمدحسینی

$$f(x) = \sqrt{\log_{۰/۵}^{\log_{۵}^{(۲x-۱)}}}$$

$$\log_{۰/۵}^{(\log_{۵}^{(۲x-۱)})} \geq ۰$$

$$\log_{۵}^{۲x-۱} > ۰ \rightarrow ۲x-۱ > ۱ \rightarrow \boxed{x > ۱}$$

$$\log_{۰/۵}^{(y)} \geq ۰ \rightarrow y = \log_{۵}^{(۲x-۱)} \rightarrow y \leq ۱$$

$$\log_{۵}^{(۲x-۱)} \leq ۱ \rightarrow \log_{۵}^{(۲x-۱)} \leq ۱ \rightarrow ۲x-۱ \leq ۵ \rightarrow ۲x \leq ۶ \rightarrow \boxed{x \leq ۳}$$

$$۱ < x \leq ۳ \rightarrow D = (۱, ۳]$$

ملیکا محمد حسینی

۷

$\log(2\cos x+1) \longrightarrow 2\cos x+1=0 \longrightarrow 2\cos x=-1 \longrightarrow \cos x=-\frac{1}{2}$

الف)

$\{x\in\mathbb{R} \mid \cos x>-\frac{1}{2}\} = \mathbb{R}-\{2k\pi+\frac{2\pi}{3} \,,\, 2k\pi+\frac{4\pi}{3}\}$

ب)

$\sqrt{\log\frac{x-1}{x+1}} \qquad \frac{x-1}{x+1}>0 \longrightarrow \frac{x-1}{x+1}\geq 1 \longrightarrow \frac{x-1}{x+1}-1=\frac{-2}{x+1}\geq 0 \longrightarrow x+1\leq 0 \longrightarrow x\leq -1$

$x<-1 \longrightarrow D=(-\infty,-1)$

۸

$f(x)=\sqrt{\underbrace{(a+2)x^2}_{p}+\underbrace{ax}_{q}+\underbrace{b}_{r}} \longrightarrow (a+2)x^2+ax+b\geq 0$

$a+2>0$

$a+2<0$ } چون تابع باید در $x\leq 3$ غیر منفی باشد

سهمی باید رو به پایین باشد و حداقل $x=3$ ریشه اش باشد

فرض $x_2=3 \longrightarrow$

$x_1+3=-\frac{a}{a+2} \longrightarrow x_1=-\frac{a}{a+2}-3$

$x_1x_2=x_1\times 3=\frac{b}{a+2} \longrightarrow b=3(a+2)x_1$

$b=3(a+2)(-\frac{a}{a+2}-3)=3(a+2)(-\frac{a}{a+2}-3)$

$b=3(-a-3(a+2)) \longrightarrow -3a-9a-18=\boxed{-12a-18}$

۹

$f(x)=\sqrt{x^2+2x+2-m^2} \qquad D=\mathbb{R}$

$x^2+2x+2-m^2\geq 0$

$x^2+2x+2-m^2=x^2+2x+(2-m^2) \longrightarrow \Delta=(2)^2-4(1)(2-m^2)=4-8+4m^2=4m^2-4$

$\Delta\leq 0 \longrightarrow 4m^2-4\leq 0 \longrightarrow 4m^2\leq 4 \longrightarrow m^2\leq 1 \longrightarrow -1\leq m\leq 1$

بیشترین مقدار $m=1$ و کمترین مقدار $m=-1$ $\longleftarrow$

$+1-(-1)=\boxed{+2}$

۱۰

$f(x)=\frac{\sqrt{4-x^2}}{[x]+[-x]+1} \longrightarrow 4-x^2\geq 0 \longrightarrow 4\geq x^2 \longrightarrow -2\leq x\leq 2 \longrightarrow \{-2,-1,0,1,2\}$

$[x]+[-x]+1 \longrightarrow x+(-x)+1=1\neq 0$

همه این ۵ عدد صحیح دامنه تابع اند.