سانیا هواریان

توابع و خواص آنها

تکلیف شماره ۳۰

۲۰

۱.

الف) $\frac{x+3}{2x^3+3x^2-8x+3}$:

$2x^3+3x^2-8x+3 \xrightarrow{x-1 \text{ ریشه}} (x-1)(2x^2+5x-3)$

۱ یا

$\frac{-5+7}{4}, \frac{-5-7}{4}$

$\frac12$ و -3

$D_f = \mathbb{R}-\{-3, \frac12, 1\}$ ✓

۴

ب) $\frac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3}$:

$2x^3+9x^2+10x+3 \xrightarrow{x+1} (x+1)(2x^2+7x+3)$

-1

$\frac{-7+5}{4}$ و $\frac{-7-5}{4}$

$-\frac12$ و -3

$D_f = \mathbb{R}-\{-1, -\frac12, -3\}$

۲.

الف) $\frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}$:

$x^3-2x^2+2x-1 \xrightarrow{x-1} (x-1)(x^2-x+1)$ ✓

ریشه ندارد

1

$D_f = \mathbb{R}-\{1\}$

۴

ب) $\sqrt{\frac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}}$:

$x = -3$

$x \neq 1$ بدون ریشه ✓

$(x+1)(x^2-x+1)$

	-3		1	
+	0	−	∄	+

$(-\infty, -3] \cup (1, +\infty)$

۳.

$x-1 \geq 0 \Rightarrow x^2-5x+5-2x+5 = x^2-7x+10 \Rightarrow (x-2)(x-5)$

۲ ۵

$x-1 < 0 \Rightarrow x^2+5x-5-2x+5 = x^2+3x \Rightarrow x(x+3)$

۰ ۳-

$D_f = \mathbb{R}-\{-3, 0, 2, 5\}$ ✓

۴

۴.

الف) $\frac{x+3}{|2x+1|-|x+3|}$ به توان ۲ $\Rightarrow$

$4x^2+4x+1-x^2-6x-9 = 3x^2-2x-8$

$\Rightarrow \frac{2-10}{6}$ و $\frac{2+10}{6} = -\frac43$ و ۲

$D_f = \mathbb{R}-\{-\frac43, 2\}$ ✓

۴

ب) $\sqrt{|2x+1|-|x+3|}$ به توان ۲

$4x^2+4x+1-x^2-6x-9 = 3x^2-2x-8$

$\Rightarrow \frac{2-10}{6}, \frac{2+10}{6} = -\frac43$ و ۲

$D_f = (-\infty, -\frac43] \cup [2, +\infty)$

$-\frac43$	
+	−

۵.

الف) $\log_2(1-\log_3 x)$

$x > 0$

$\to 1-\log_3 x > 0 \to 1 > \log_3 x \to x < 3$

$D_f = (0, 3)$

۴

ب) $\log_2(1-\log_{\frac12} x)$

$x > 0$

$\to 1-\log_{\frac12} x > 0 \to 1 > \log_{\frac12} x \to x > \frac12$

$(\frac12, +\infty)$

۶- $\sqrt{\log_{۰/۵}\log_{۵}^{(۲x-۱)}}$ $\quad ۲x-۱>۰ \to ۲x>۱ \Rightarrow x>\frac{۱}{۲}$

$\to \log_{۵}^{۲x-۱}>۰ \to ۲x-۱>۱ \to x>۱$

$۲\log_{۵}^{۲x-۱}\leq ۱ \to ۲x-۱\leq ۵ \quad x\leq ۳$

$D=\cancel{R}\ (۱,۳]$

۷- الف) $D:\log(۲\cos x+۱) \to ۲\cos x+۱>۰ \quad ۲\cos x>-۱ \to \cos x>-\frac{۱}{۲}$

$D=(۲k\pi-\frac{۲\pi}{۳},۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳}) \qquad ۲k\pi-\frac{۲\pi}{۳}<x<۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳}$

ب) $\sqrt{\log\frac{x-۱}{x+۱}} \to \log\frac{x-۱}{x+۱}\geq ۰ \Rightarrow \frac{x-۱}{x+۱}\geq ۱ \to$

$D=(-\infty,-۱)$

۸- $\sqrt{(a+۲)x^۲+ax+b}$ $\quad a+۲=۰ \quad a=-۲$

معادله درجه اول است

$(-۲+۲)x^۲+(-۲)x+b=-۲x+b \qquad \frac{b}{۲}=۳\to\boxed{b=۶}$

با $-۲x+b\geq ۰ \to ۲x\leq b \to x\leq\frac{b}{۲}$

۹- $\sqrt{-x^۲+۲x+۲-m^۲} \longrightarrow (x+۱)^۲+۱-m^۲\geq ۰ \qquad (x+۱)^۲+۱\geq m^۲$

با $۱\geq m^۲ \to$ $\begin{array}{c|ccccc} & & -۱ & & ۱ & \\ \hline & - & | & + & | & - \end{array}$

$۱-(-۱)=\boxed{۲}$

۱۰- $\dfrac{\sqrt{۴-x^۲}}{[x]+[-x]+۱} \longrightarrow \begin{array}{c|ccccc} & & -۲ & & ۲ & \\ \hline & - & \bullet & + & \bullet & - \end{array} \qquad [-۲,۲]$

صفر نباید باشد و فقط اعداد صحیح می‌تواند باشد

$R=\{-۲,-۱,۰,۱,۲\}$