پرنیا دیباجی یازدهم تک‌ستاره‌ها گروه A تکلیف ۳

۱۹٫۷۵

①

الف) $y=\dfrac{x+۳}{۲x^۳+۳x^۲-۸x+۳} \Rightarrow ۲x^۳+۳x^۲-۸x+۳\neq ۰$

$$\begin{array}{l|l} ۲x^۳+۳x^۲-۸x+۳ & x-۱ \\ \hline -۲x^۳+۲x^۲ & ۲x^۲+۵x-۳ \\ ۵x^۲-۸x+۳ & \\ -۵x^۲+۵x & \\ -۳x+۳ & \\ +۳x-۳ & \\ ۰ & \end{array}$$

$۲x^۲+۵x-۳ \Rightarrow (۲x-۱)(x+۳)(x-۱)\neq ۰$

$\Rightarrow \boxed{x\neq \frac{۱}{۲}, -۳, ۱}$

$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-۳, \frac{۱}{۲}, ۱\}$

ب) $y=\dfrac{x+۳}{۲x^۳+۹x^۲+۱۰x+۳} \Rightarrow ۲x^۳+۹x^۲+۱۰x+۳\neq ۰$

$$\begin{array}{l|l} ۲x^۳+۹x^۲+۱۰x+۳ & x+۱ \\ \hline -۲x^۳-۲x^۲ & ۲x^۲+۷x+۳ \\ ۷x^۲+۱۰x+۳ & \\ -۷x^۲-۷x & \\ ۳x+۳ & \\ -۳x-۳ & \\ ۰ & \end{array}$$

$۲x^۲+۷x+۳ \Rightarrow (۲x+۱)(x+۳)(x+۱)\neq ۰$

$\Rightarrow x\neq \frac{-۱}{۲}, -۳, -۱$

$\Rightarrow \boxed{D_f=\mathbb{R}-\{-۳, -۱, \frac{-۱}{۲}\}}$

---

②

الف) $y=\dfrac{x+۳}{x^۳-۲x^۲+۲x-۱} \Rightarrow x^۳-۲x^۲+۲x-۱\neq ۰ \Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} x^۳-۲x^۲+۲x-۱ & x-۱ \\ \hline -x^۳+x^۲ & x^۲-x+۱ \\ -x^۲+۲x-۱ & \\ +x^۲-x & \\ x-۱ & \\ -x+۱ & \\ ۰ & \end{array}$$

$\Downarrow$

$(x-۱)(x^۲-x+۱)$ همیشه مثبت

$\Rightarrow x-۱\neq ۰ \Rightarrow x\neq ۱ \Rightarrow \boxed{D_f=\mathbb{R}-\{۱\}}$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x+۳}{x^۳-۲x^۲+۲x-۱}} \Rightarrow \dfrac{x+۳}{x^۳-۲x^۲+۲x-۱}\geqslant ۰ \Rightarrow x^۳-۲x^۲+۲x-۱>۰ \Rightarrow (x-۱)(x^۲-x+۱)>۰$ همیشه مثبت

$\Rightarrow x-۱>۰ \Rightarrow x>۱$ و $x+۳\geqslant ۰ \Rightarrow x\geqslant -۳ \Rightarrow$

$$\begin{array}{ccccc} & -۳ & & ۱ & \\ \hline + & ۰ & - & \not{|} & + \end{array} \Rightarrow$$

$$\boxed{D_f=(-\infty, -۳]\cup(۱, +\infty)}$$

---

③

$y=\dfrac{۲}{x^۲-۵|x-۱|-۲x+۵} \Rightarrow x^۲-۵|x-۱|-۲x+۵\neq ۰$

if $x\geqslant ۱ \Rightarrow |x-۱|=x-۱ \Rightarrow x^۲-۵(x-۱)-۲x+۵\neq ۰ \Rightarrow x^۲-۷x+۱۰\neq ۰ \Rightarrow (x-۵)(x-۲)\neq ۰$

$\Rightarrow x\neq ۵, x\neq ۲$

if $x<۱ \Rightarrow |x-۱|=-x+۱ \Rightarrow x^۲-۵(-x+۱)-۲x+۵\neq ۰ \Rightarrow x^۲+۳x\neq ۰ \Rightarrow x(x+۳)\neq ۰$

$\Rightarrow x\neq -۳, x\neq ۰$

$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-۳, ۰, ۲, ۵\}$

$y=\frac{x+۳}{|۲x+۱|-|x+۳|} \Rightarrow |۲x+۱|-|x+۳|\neq ۰ \Rightarrow |۲x+۱|\neq|x+۳| \xRightarrow{\text{توان ۲}} ۴x^۲+۴x+۱\neq x^۲+۶x+۹$ (۴

$\Rightarrow ۳x^۲-۲x-۸\neq۰ \Rightarrow \begin{cases}\Delta=b^۲-۴ac=۴+۹۶=۱۰۰\\ x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{+۲\pm۱۰}{۶} \Rightarrow x\neq۲,\ x\neq-\frac{۴}{۳}\end{cases} \longrightarrow \boxed{D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{۴}{۳},۲\right\}}$ ✓ ۲

$y=\sqrt{|۲x+۱|-|x+۳|} \Rightarrow |۲x+۱|-|x+۳|\geq۰ \Rightarrow |۲x+۱|\geq|x+۳| \Rightarrow ۳x^۲-۲x-۸\geq۰$

$\Rightarrow (x-۲)(۳x+۴)\geq۰ \Rightarrow \begin{cases}x=۲\\ x=-\frac{۴}{۳}\end{cases}$ $\begin{array}{c|ccccc} x & & -\frac{۴}{۳} & & ۲ & \\ \hline & + & \circ & - & \circ & + \end{array} \Rightarrow \boxed{D_f=\left(-\infty,-\frac{۴}{۳}\right]\cup[۲,+\infty)}$

(۵

الف) $y=\log_۲(۱-\log_۳ x) \Rightarrow \begin{cases}۱-\log_۳ x>۰ \Rightarrow \log_۳ x<۱ \Rightarrow x<۳\\ x>۰\end{cases} \Rightarrow D_f=(۰,۳)$ ۲

ب) $y=\log_۲\left(۱-\log_{\frac{۱}{۲}} x\right) \Rightarrow \begin{cases}۱-\log_{\frac{۱}{۲}} x>۰ \Rightarrow \log_{\frac{۱}{۲}} x<۱ \Rightarrow x>\frac{۱}{۲}\\ x>۰\end{cases} \Rightarrow \boxed{D_f=\left(\frac{۱}{۲},+\infty\right)}$ ✓

(۶

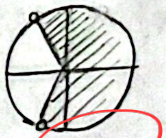
$f(x)=\sqrt{\log_{۰/۵}\log_۵(۲x-۱)}$

$\Rightarrow \begin{cases}\log_{۰/۵}\log_۵(۲x-۱)\geq۰ \Rightarrow \log_۵(۲x-۱)\leq۱ \Rightarrow ۲x-۱\leq۵ \Rightarrow x\leq۳\\ \log_۵(۲x-۱)>۰ \Rightarrow x>۱\\ ۲x-۱>۰ \Rightarrow x>\frac{۱}{۲}\end{cases} \Rightarrow \boxed{D_f=(۱,۳]}$ ✓ ۲

(۷

الف) $y=\log(۲\cos x+۱) \Rightarrow ۲\cos x+۱>۰ \Rightarrow ۲\cos>-۱ \Rightarrow \cos>-\frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\left[\frac{۲\pi}{۳}+۲k\pi,\ \frac{۴\pi}{۳}+۲k\pi\right]$



۱,۷۵

ب) $y=\sqrt{\log\frac{x-۱}{x+۱}} \Rightarrow \begin{cases}\frac{x-۱}{x+۱}>۰ \Rightarrow \begin{cases}x>۱\\ x<-۱\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\text{if } x>۱ \Rightarrow \frac{x-۱}{x+۱}\geq۱ \Rightarrow x-۱\geq x+۱ \Rightarrow -۱\geq۱ \text{ غقق}\\ \text{if } x<-۱ \Rightarrow \frac{x-۱}{x+۱}\geq۱ \Rightarrow x-۱\leq x+۱ \Rightarrow -۱\leq۱\ ✓\end{cases}\\ \log\left(\frac{x-۱}{x+۱}\right)\geq۰ \Rightarrow \frac{x-۱}{x+۱}\geq۱\end{cases}$ ✓

$\Rightarrow \boxed{D_f=(-\infty,-۱)}$

(۸

$f(x)=\sqrt{(a+۲)x^۲+ax+b} \Rightarrow a+۲=۰ \Rightarrow a=-۲$

$D_f=(-\infty,۳]\quad b=?$ $\Rightarrow (a+۲)x^۲+ax+b\geq۰ \Rightarrow -۲x+b=۰ \xRightarrow{x=۳} \boxed{b=۶}$ ✓ ۲

(۹

$f(x)=\sqrt{x^۲+۲x+۲-m^۲}$

$D_f=\mathbb{R} \Rightarrow \Delta\leq۰ \Rightarrow ۴-(۴\times۱(۲-m^۲))\leq۰ \Rightarrow ۴-۸+۴m^۲\leq۰ \Rightarrow ۴\cancel{m^۲}-۴\leq۰ \Rightarrow ۴(m^۲-۱)\leq۰ \Rightarrow m^۲-۱\leq۰$

$\Rightarrow m^۲\leq۱ \Rightarrow -۱\leq m\leq۱ \Rightarrow ۱-(-۱)=۲$ ۲

(۱۰

$f(x)=\frac{\sqrt{۴-x^۲}}{[x]+[-x]+۱} \Rightarrow \begin{cases}۴-x^۲\geq۰ \Rightarrow -۲\leq x\leq۲\\ [x]+[-x]\neq-۱ \Rightarrow \begin{cases}۰ & x\in\mathbb{Z}\\ -۱ & x\notin\mathbb{Z}\end{cases} \Rightarrow D_f=\mathbb{Z}\ ✓\end{cases} \xRightarrow{\cap} D_f=[-۲,۲] \Rightarrow$ ۵ عدد صحیح در دامنه‌ی تابع قرار دارند

۲