۱۹,۷۵

نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳ ...... کلاس یازدهم ....

۱

الف) $y=\dfrac{x+3}{2x^3+3x^2+(-8x)+3}$

$2x^3+3x^2-8x+3 \;|\; x-1$

$-2x^3+2x^2$

$5x^2-8x$

$-5x^2+5x$

$-3x+3$

خارج قسمت: $2x^2+5x-3 = (x-\frac{1}{2})(x+3)$

$D_f=\mathbb{R}-\{1,\frac{1}{2},-3\}$

ب) $y=\dfrac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3}$

$2x^3+9x^2+10x+3 \;|\; x+1$

$-2x^3-2x^2$

$7x^2+10x$

$-7x^2-7x$

$3x+3$

خارج قسمت: $2x^2+7x+3 = (x+\frac{1}{2})(x+3)$

$D_f=\mathbb{R}-\{-3,-\frac{1}{2},-1\}$

۲

الف) $y=\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}$

$x^3-2x^2+2x-1 \;|\; x-1$

$-x^3+x^2$

$-x^2+2x$

$+x^2-x$

$+x\pm1$

خارج قسمت: x^2-x+1 همواره مثبت

$D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}}=\sqrt{\dfrac{(x+3)}{(x^2-x+1)(x-1)}}$ (همواره مثبت)

جدول تعیین علامت با ریشه‌های -3 و 1: $+\;-\;+$

$D_f=\mathbb{R}-(-3,+1]$

۳

$y=\dfrac{2}{x^2-5|x-1|-2x+5}$

$x^2-5|x-1|-2x+5=0$

$x-1\geq0 \to x^2-5x+5-2x+5=0 \to x^2-7x+10=0 \to x=2$ یا 5

$x-1<0 \to x^2+5x-5-2x+5=0 \to x^2+3x=0 \to x=0$ یا -3

$D_f=\begin{cases} x\geq1 \;;\; \mathbb{R}-\{2,5\} \\ x<1 \;;\; \mathbb{R}-\{0,-3\}\end{cases}$

۴

الف) $y=\dfrac{x+3}{|2x+1|-|x+3|}$

$|2x+1|-|x+3|=0$

$\to 4x^2+1+4x=x^2+9+6x$

$\to 3x^2-2x-8=0 \to x=2$ یا $-\frac{4}{3}$

$D_f=\mathbb{R}-\{2,-\frac{4}{3}\}$

ب) $y=\sqrt{|2x+1|-|x+3|}$

$|2x+1|-|x+3|\geq0 \to |2x+1|\geq|x+3|$

$3x^2-2x-8\geq0 \to$

جدول تعیین علامت با ریشه‌های $-\frac{4}{3}$ و 2: $+\;-\;+$

$D_f=\mathbb{R}-(-\frac{4}{3},2)$

۵

الف) $y=\log_2(1-\log_3 x)$

I $x>0$

II $1-\log_3 x>0 \to \log_3 x<1 \to x<3$

$D_f=\text{I}\cap\text{II}=(0,3)$

ب) $y=\log_2(1-\log_{\frac{1}{2}} x)$

I $x>0$

II $1-\log_{\frac{1}{2}} x>0 \to \log_{\frac{1}{2}} x<1 \to x>\frac{1}{2}$

$D_f=\text{I}\cap\text{II}=(\frac{1}{2},+\infty)$

۶

$f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}^{\log_a^{(2x-1)}}}$ $\quad D_f = I \cap II \cap III = (1, 4]$

I $\quad 2x-1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{2}$

II $\quad \log_a^{2x-1} > 0 \rightarrow 2x-1 > 1 \rightarrow x > 1$

III $\quad \log_{\frac{1}{2}}^{\log_a^{(2x-1)}} \geq 0 \rightarrow \log_a^{(2x-1)} \leq 1 \rightarrow 2x-1 \leq a \rightarrow x \leq 4$

✓ ۵

۷

الف) $y = \log(2\cos x + 1)$ $\quad 2\cos x + 1 > 0 \rightarrow \cos x > -\frac{1}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \left[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{3}\right]$ $\quad \left(2k\pi - \frac{2\pi}{3}, 2k\pi + \frac{2\pi}{3}\right)$

۱٫۵

ب) $y = \sqrt{\log \frac{x-1}{x+1}}$

$D_f = I \cap II = (-\infty, -1)$

I $\quad \frac{x-1}{x+1} > 0$ $\quad$ نقاط بحرانی: $1, -1$

II $\quad \log \frac{x-1}{x+1} \geq 0 \rightarrow \frac{x-1}{x+1} \geq 1 \rightarrow \frac{x-1-x-1}{x+1} \geq 0$

✓

۸

$f(x) = \sqrt{(a+2)x^2 + ax + b}$

$D_f = (-\infty, 4] \rightarrow$ نقطه بحرانی $\rightarrow a+2 = 0 \rightarrow a = -2$

$f(x) = \sqrt{-2a+b}$

$x = 4 \rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = \sqrt{-4+b} \rightarrow b-4 = 0 \rightarrow \boxed{b = 4}$

✓ ۵

۹

$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 2m^2}$

$D_f = \mathbb{R} \rightarrow \Delta \leq 0 \rightarrow 4 - 4(-2m^2) \leq 0 \rightarrow 1 - 2m^2 \leq 0 \rightarrow (m-1)(m+1) \geq 0$

$m_{max} - m_{min} = 1 - (-1) = 2$

✓ ۵

۱۰

$f(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{[x] + [-x] + 1}$

I $\quad 4 - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 2$

II $\quad [x] + [-x] + 1 \neq 0 \rightarrow [x] + [-x] \neq -1 \rightarrow x \neq \mathbb{Z}$

$D_f = I \cap II = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow$ تعداد عضو صحیح

✓ ۵