تمارین دوره.

۱۷٫۵

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $1-\cos^2\alpha = \sin^2\alpha$ ۱۱

$\frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cot\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \Rightarrow \frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} =$

$\frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \Rightarrow \cos\alpha = |\cos\alpha| \Rightarrow \cos\alpha > 0$

۱

$\cot\alpha = -\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} \Rightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = -\frac{\cos\alpha}{\sqrt{\sin^2\alpha}} \Rightarrow$

$\frac{1}{\sin\alpha} = \frac{1}{|\sin\alpha|} \Rightarrow |\sin\alpha| = -\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha < 0$

پس α در ناحیهٔ ۴ مثلثاتی است!

$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{\times 2} -\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6}$

$\sin(-\frac{\pi}{6}) = -\sin\frac{\pi}{6} = \frac{-1}{2}$ ②

$\sin(\frac{5\pi}{6}) = \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) = \sin(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$

$-\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \rightarrow -\frac{1}{2} < \sin 2x = \frac{m-1}{4} \leq 1$

$\xrightarrow{\times 4} -2 < m-1 \leq 4 \rightarrow -1 < m \leq 5 \rightarrow m \in [-1, 5]$

تاریخ: .... موضوع: ....

⑦

$f(\frac{\pi}{۳۶}) = ۱۶\cos^۲(\frac{۳\pi}{۳۶})\cos^۲(\frac{۹\pi}{۳۶})\cos^۲(\frac{۱۲\pi}{۳۶})$
$\cos^۲(\frac{۲۴\pi}{۳۶})$

۶

$f(\frac{\pi}{۳۶}) = ۱۶\cos^۲(\frac{\pi}{۱۲})\cos^۲(\frac{\pi}{۴})\cos^۲(\frac{\pi}{۳})\cos^۲(\frac{۲\pi}{۳})$

$\cos^۲(\frac{\pi}{۱۲}) = \frac{۱}{۲}(۱+\cos(\frac{۲\pi}{۱۲})) = \frac{۱}{۲}(۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = \frac{۲+\sqrt{۳}}{۴}$

$\cos^۲(\frac{۲\pi}{۳}) = \cos^۲(\pi - \frac{\pi}{۳}) = (-\cos\frac{\pi}{۳})^۲ = (-\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۱}{۴}$

$f(\frac{\pi}{۳۶}) = ۱۶(\frac{۲+\sqrt{۳}}{۴})(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲(\frac{۱}{۲})^۲ \times \frac{۱}{۴} \Rightarrow$

$f(\frac{\pi}{۳۶}) = \frac{۶+۳\sqrt{۳}}{۱۶}$

۸-

$۱-\sin x = ۴+۴\sin x \Rightarrow ۵\sin x = -۳$
$\sin x = \frac{-۳}{۵}$

$\cos x = \pm\sqrt{۱-\sin^۲ x} = \pm\sqrt{۱-\frac{۹}{۲۵}} = \pm\frac{۴}{۵} \xrightarrow[\text{ربع سوم}]{\text{انتهای کمان}}$

$\cos x = \frac{-۴}{۵}$

۶

$\cos^۲(\frac{x}{۲}) = \frac{۱+\cos x}{۲} = \frac{۱-\frac{۴}{۵}}{۲} = \frac{۱}{۱۰}$

$\tan^۲(\frac{x}{۲}) + ۱ = \underbrace{\frac{۱}{\cos^۲(\frac{x}{۲})}}_{\frac{۱}{۱۰}} = ۱۰ \qquad \tan^۲(\frac{x}{۲}) = ۹$
$\tan(\frac{x}{۲}) = \pm ۳$

$\frac{x}{۲} = \frac{\pi}{۲} + \frac{\alpha}{۲}$ و $۰ < \frac{\alpha}{۲} < \frac{\pi}{۴} \xRightarrow{\text{انتهای}}$ $\frac{x}{۲}$ در ربع دوم $\Rightarrow \tan(\frac{x}{۲}) < ۰$

⑲

$$\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}+\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^۲\theta+(1-\cos^۲\theta)}{(1-\cos\theta)\sin\theta}=\frac{۲\sin^۲\theta}{(1-\cos\theta)\sin\theta}$$

۱/۷۵

$$=\frac{۲\sin\theta}{1-\cos\theta}=\frac{۲\times۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}{۲\sin^۲\frac{\theta}{۲}}=۲\cot\frac{\theta}{۲}$$

$K=۲$

---

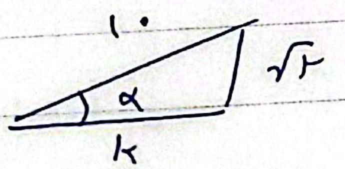
⑳

$$\cos\left(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha\right)=\cos\left(۳\pi-\frac{\pi}{۴}+\alpha\right)=$$

$$-\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{۴}\right)=-\left(\cos\alpha\cos\frac{\pi}{۴}+\sin\alpha\sin\frac{\pi}{۴}\right)$$

$$=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos\alpha+\sin\alpha)$$

۵



$k^۲=۹۸ \quad k=\sqrt{۹۸}$

$$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰}=\frac{-۷\sqrt{۲}}{۱۰}$$

$$\cos\left(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha\right)=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\left(-\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}+\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{۲}}{۲}\left(-\frac{۶\sqrt{۲}}{۱۰}\right)=\frac{۳}{۵}$$

~~(۵~~

$\tan(۲۸۵°) = \tan(۱۸۰° + ۹۰° + ۱۵°) = \tan(۹۰° + ۱۵°) = -\cot ۱۵°$

$\tan(-۱۶۵°) = -\tan(۱۸۰ - ۱۵°) = -(-\tan ۱۵°) = \tan ۱۵°$

$\sin(۱۰۹۵) = \sin(۳ \times ۳۶۰ + ۱۵) = \sin ۱۵°$

$\sin(۲۵۵°) = \sin(۱۸۰° + ۹۰° - ۱۵°) = -\cos(۹۰° - ۱۵°) = -\sin ۱۵°$

جایگذاری $\Rightarrow (-\cot ۱۵°)\tan ۱۵° - \sin ۱۵°(-\sin ۱۵°) = -۱ + \sin^{۲} ۱۵°$

$= -(۱ - \sin^{۲} ۱۵°) = -\cos^{۲} ۱۵$

۴) $A = \sqrt{۳} \times \frac{-\sqrt{۳}}{۲} \times \sin(۲۷۰ - ۲۷) - \sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} \cos(۱۸۰ - ۲۷)$

$\to \frac{۵}{۲}\cos(۲۷) \to$ برابر $\frac{۵}{۲}$

تاریخ:..................

موضوع:..................

④

$\sqrt{۳}\cos(۱۸۰°) = \sqrt{۳}\overset{\cos}{(}۲۷۰ - ۹۰°) = -\sqrt{۳}\sin(۹۰°)$

$\sin(۲۴۳°) = \sin(۲۷۰ - ۲۷°) = -\cos(۲۷°)$

$\sqrt{۲}\sin ۱۳۵ \Rightarrow \sqrt{۲}\sin(۹۰ + ۴۵) = -\sqrt{۲}\cos(۴۵°)$

$\cos(۱۵۳°) = \cos(۱۸۰° - ۲۷°) = -\cos(۲۷°)$

$-۳ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times -\cos ۲۷ - (-\sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times -\cos ۲۷°) =$

$\frac{۳}{۲}\cos ۲۷° - \cos ۲۷° = \frac{۱}{۲}\cos(۲۷°)$

$\frac{\frac{۱}{۲}\cancel{\cos ۲۷°}}{\cancel{\cos ۲۷°}} = \frac{۱}{۲}$

$\tan x + \cot x = -۳ \qquad \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^۲ x + \cos^۲ x}{\sin x \cos x} \Rightarrow$

$\frac{۱}{\sin x \cos x} = -۳ \rightarrow \sin x \cos x = -\frac{۱}{۳}$

۳

$\frac{۱}{\cos^۳ x + \sin^۳ x} = \frac{۱}{(\sin x + \cos x)(\sin^۲ x + \cos^۲ x - \sin x \cos x)} =$

$\frac{۱}{(\sin x + \cos x)(۱ - \sin x \cos x)}$

$A^۲ = (\sin x + \cos x)^۲ \Rightarrow \sin^۲ x + \cos^۲ x + ۲\sin x \cos x \Rightarrow$

$۱ + ۲\sin x \cos x = ۱ + ۲(-\frac{۱}{۳}) = \frac{۱}{۳}$

$A^۲ = \frac{۱}{۳} \rightarrow A = \boxed{\pm \frac{۱}{\sqrt{۳}}} \qquad ۳\pi < ۴x < ۴\pi$

$\downarrow \frac{۳}{۴}\pi < x < \pi$

زاویه در ناحیه‌ی سوم در (cos x) و (sin x) و در جدول $\frac{۳\pi}{۴} < x < \pi$ قرار دارد

$|\sin x| < |\cos x|$ در نتیجه مقدار A باید منفی باشد.

$\frac{۱}{\cos^۳ x + \sin^۳ x} = \frac{۱}{A(۱-(-\frac{۱}{۳}))} = \frac{۱}{-\frac{۱}{\sqrt{۳}} \times \frac{۴}{۳}} = \frac{۱}{-\frac{۴}{۳\sqrt{۳}}} = \frac{-۳\sqrt{۳}}{۴}$

(۵

$\tan(۲۸۵°) = \tan(۱۸۰° + ۹۰° + ۱۵°) = \tan(۹۰° + ۱۵°) = -\cot ۱۵°$

$\tan(-۱۶۵°) = -\tan(۱۸۰ - ۱۵°) = -(-\tan ۱۵°) = \tan ۱۵°$

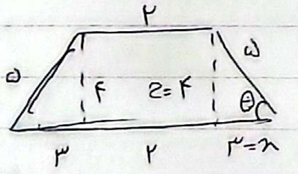
۱٫۲۵

$\sin(۱۰۹۵) = \sin(۳ \times ۳۶۰ + ۱۵) = \sin ۱۵°$

$\sin(۲۵۵°) = \sin(۱۸۰° + ۹۰° - ۱۵°) = -\cos(۹۰° - ۱۵°) = -\sin ۱۵°$

جایگذاری $\Rightarrow (-\cot ۱۵°)\tan ۱۵° - \sin ۱۵°(-\sin ۱۵°) = -۱ + \sin^۲ ۱۵°$

$= -(۱ - \sin^۲ ۱۵°) = -\cos^۲ ۱۵ \qquad K = -۱$



④ $S = \frac{(\text{قاعده کوچک} + \text{قاعده بزرگ}) \times \text{ارتفاع}}{۲}$

۶

ضلع مجاور

$\cos\theta = \frac{۶}{۱۰} = \frac{x}{۵} \rightarrow x = ۳$

وتر

طبق شکل اگر نسبت ۶ به ۱۰ برابر x به ۵ باشد بنابراین x = ۳

طبق فیثاغورث $(z)^۲ + (۳^۲) = (۵)^۲ \longleftarrow z = ۴$

جایگذاری $۴ \times \frac{۲+۸}{۲} = ۲۰$

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \rightarrow |\sin\alpha| = \sin\alpha \rightarrow \sin\alpha > 0 \\[2ex] \dfrac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \dfrac{1}{\cot\alpha} = \dfrac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \rightarrow \cos\alpha = |\cos\alpha| \rightarrow \cos\alpha > 0 \end{array}\right\} \text{ناحیه اول}$$