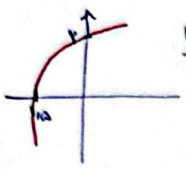
نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ... کلاس ... .

(I)

۱

شکل مقابل، نمودار تابع $y = 1 - \log_c^{(ax-b)}$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد حاصل $(a+c)b$ را بیابید.



$(0,2) \rightarrow 2 - \log_c^{-b} \rightarrow \log_c^{-b} = -1 \rightarrow -b = \frac{1}{c} \xrightarrow{(I)} \frac{-1}{c} + c = -\frac{3}{2} \xrightarrow{\times 2c}$

$-3c = 2c^2 - 2 \rightarrow 2c^2 + 3c - 2 = 0 \rightsquigarrow c = -2 \rightarrow b = \frac{1}{2}$ غ ق ق

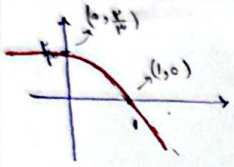
$c = \frac{1}{2} \rightarrow b = -2$ ق ق

$(-\frac{3}{2}, 0) \rightarrow 0 = 1 - \log_c^{-\frac{3}{2}a-b} \rightsquigarrow \log_c^{\frac{3}{2}a-b} = 1 \rightsquigarrow -\frac{3}{2}a - b = c \xrightarrow{(I)} -\frac{3}{2}a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = 1$

$(a+c)b : (1 + \frac{1}{2}) \times -2 = -3$ جواب

۲

شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{ax+b}$ است. مقدار $f(-1)$ را بیابید.



$f(1) = 1 + c \times 3^{a+b} = 0 \Rightarrow c \times 3^{a+b} = -1 \Rightarrow c \times 3^a \times 3^b = -1$

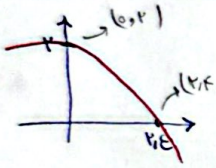
$f(0) = 1 + c \times 3^a = \frac{2}{3} \rightarrow c \times 3^a = -\frac{1}{3}$

$f(-1) = 1 + c \times 3^{a-b} = \frac{1 + c \times 3^a}{3^b} = \frac{1 + c \times 3^a}{3} = 1 \times \frac{-\frac{1}{3}}{3} = 1 - \frac{1}{9}$ جواب $\frac{8}{9}$

$\frac{c \times 3^a \times 3^b}{c \times 3^a} = 3b = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3 \Rightarrow b = 1$

۳

نمودار تابع $y = c + \log_a^{ax+b}$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a}{b}$ را بیابید.



$(0,2) \rightarrow c + \log_a^b = 2 \rightsquigarrow \log_a^b = 2 - c \rightsquigarrow b = a^{2-c} \rightarrow b = a^2 \times a^{-c}$

$(2{,}4, 0) \rightarrow c + \log_a^{\frac{24}{10}a+b} = 0 \rightsquigarrow \log_a^{\frac{24}{10}a+b} = -c \rightsquigarrow \frac{24}{10}a + b = a^{-c}$

۴

دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \log_4^{(|x^2 - 2| - x)}$ را بیابید.

$|x^2 - x| - x > 0 \rightsquigarrow |x^2 - x| > x$

① $x^2 - x > x \rightarrow x^2 - 2x > 0 \rightarrow x(x-2) > 0$ (0, 2)

$(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

② $x^2 - x < -x \rightarrow x^2 < 0 \rightsquigarrow \emptyset$

$D_f = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

۵

نمودار تابع $f(x) = 2^{ax-b} + 2$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 2x + 8$ را به نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد، مقدار $2b - a$ را بیابید.

if $x = 1 : g(x) = f(x) \rightsquigarrow \frac{-1 - 2 + 8}{4} = 2 + 2^{b-a} \Rightarrow 2^1 = 2^{b-a}$

$b - a = 1$

$f^{-1}(10) = -1 \rightsquigarrow f(-1) = 10 \rightsquigarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \rightsquigarrow 2^{b+a} = 8 \rightarrow 2^3$

$b + a = 3$

$b - a = 1$

$b + a = 3$

$2b = 4 \rightsquigarrow b = 2$, $a = 1$

$2b - a \Rightarrow 4 - 1 = 3$

۶

نمودار یک تابع به دست $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$ نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۲ قطع می کند. $f(3)$ ؟

if $x=1$, $x=2$: $f(x) = y$

$x=1 \rightsquigarrow -1 = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} \rightsquigarrow 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} \rightsquigarrow -1 = A+B$ ①

$x=2 \rightsquigarrow -2 = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} \rightsquigarrow 2^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} \rightsquigarrow -2 = 2A+B$ ②

$A+B = -1$

$-\quad 2A+B = -2$

$-A = 1$

$A = -1$

$B = 0$

$f(3) \Rightarrow -2 + \frac{1}{2}^{(-1\times 3)+0} \rightarrow -2 + 8 \Rightarrow$ (۶) جواب

۷

مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر دقیقه $\frac{1}{9}$ از مقدار باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه $\frac{1}{4}$ از مقدار عنصر باقی موجود خواهد ماند؟ ($\log_3^2 = 0.4$, $\log_3^5 = 1.4$)

$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{10}{24}$

$P = P_0 \times \left(\frac{8}{9}\right)^t \rightsquigarrow \frac{1}{4} \times P_0 = P_0 \times \left(\frac{8}{9}\right)^t$

$\left(\frac{8}{9}\right)^t = \frac{1}{4} \rightsquigarrow \log_{\frac{8}{9}}^{\frac{1}{4}} = \log_{\frac{8}{9}}^{\left(\frac{8}{9}\right)^t} \rightsquigarrow -\log_{\frac{8}{9}}^4 = t \log_{\frac{8}{9}}^{\frac{8}{9}} \rightarrow -\left(\log_{\frac{8}{9}}^3 + \log_{\frac{8}{9}}^2\right) = t\left(\log_{\frac{8}{9}}^8 - 2\log_{\frac{8}{9}}^9\right)$

$\Rightarrow -\left(\frac{10}{24} + \frac{10}{24}\right) = t\left(3 \times \frac{10}{24} - 2 \times \frac{10}{14}\right) \Rightarrow t = \frac{-\left(\frac{5}{12} + \frac{5}{12}\right)}{\frac{5}{4} - \frac{10}{7}} \Rightarrow \frac{\frac{-5}{6}}{\frac{-5}{28}}$

$\rightarrow \frac{19}{3} \rightsquigarrow 140 \text{ min}$

۸

مقداری از یک عنصر موجود است اگر عنصر در هر هفته $12/5$ درصد از مقدار باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز $\frac{1}{5}$ از مقدار عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_3^2 = 1.4$, $\log_3^7 = 0.84$) $\rightarrow \frac{10}{4}$

$P = P_0 \times \left(\frac{87.5}{100}\right)^t \Rightarrow P_0 \times \frac{1}{7} = P_0 \times \left(\frac{87.5}{100}\right)^t$

$\frac{1}{7} = \left(\frac{87.5}{100}\right)^t \rightsquigarrow \log_3^{\frac{1}{7}} = \log_3^{\left(\frac{87.5}{100}\right)^t} \Rightarrow -\log_3^7 = t\left(\log_3^{87.5} - \log_3^{100}\right)$

$-\log_3^7 = t\left(\log_3^{87.5} - \log_3^2 - \log_3^{100}\right) \Rightarrow$

۹

در ظرف ۱۰۰ لیتر محلول قند داد هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب قندی اضافه می‌کنیم پس از چند روز غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.48$)

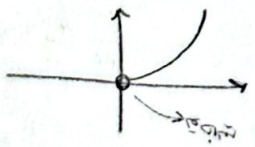
$P = 100 \times \left(\frac{96}{100}\right)^t$

۱۰

شکل نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف) $y = 9^{\log_3^{2x}}$; $x > 0$

$x^{\log_3^9} \overset{(2)}{=} (x^2)$



ب) $y = \log^{x^2}$

$2\log^x$: $\log^x$