۲۰

پریا احسنی

۱-

$f(x) = ۳^{Ax+B} \qquad y = x^{۲}$

$x=۱ \rightarrow y = f(x) \rightarrow ۳^{A+B} = ۱ \rightarrow A+B=۰ \rightarrow A=-B$

$x=۳ \rightarrow y=f(x) \rightarrow ۳^{۳A+B} = ۳^{۲}=۹ \rightarrow ۳A+B=۲ \rightarrow -۳B+B=۲ \rightarrow -۲B=۲ \rightarrow B=-۱$

$A=-B=۱$ ✓

$f(x) = ۳^{x-۱}$

تقاطع با محور yها $\rightarrow x=۰ \rightarrow ۳^{۰-۱}=۳^{-۱}=\frac{۱}{۳}=y'$ عرض از مبدا

۲-

$\log_{۲}^{٤^{x}+۱۵} = x+۳ \rightarrow ۲^{x+۳} = ۴^{x}+۱۵ \rightarrow ۲^{x}\times ۲^{۳}-(۲^{x})^{۲}-۱۵=۰$ ✓

$۴^{x} \rightarrow (۲^{۲})^{x} = (۲^{x})^{۲}$

$\xrightarrow{t=۲^{x}} ۸t-t^{۲}-۱۵=۰ \rightarrow t^{۲}-۸t+۱۵=۰ \rightarrow (t-۳)(t-۵)=۰ \begin{cases} t=۳ \\ t=۵ \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} t=۲^{x}=۳ \rightarrow x=\log_{۲}^{۳} \\ t=۲^{x}=۵ \rightarrow x=\log_{۲}^{۵} \end{array}\right\} \text{مجموع} = \log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۵} = \log_{۲}^{۳\times۵} = \log_{۲}^{۱۵}$$

۳-

$(\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + \log_{۲۱}^{(۱٤۷)} \log_{۲۱}^{(۱۳۲۳)}$ ✓

$۱٤۷ = ۳\times۷\times۷ = \frac{۳\times۷\times۳\times۷}{۳} = \frac{۲۱^{۲}}{۳} \qquad \log_{۲۱}^{۱٤۷} = \log_{۲۱}^{۲۱^{۲}} - \log_{۲۱}^{۳} = \underbrace{۲\log_{۲۱}^{۲۱}}_{۲} - \log_{۲۱}^{۳}$

$= ۲ - \log_{۲۱}^{۳}$

$۱۳۲۳ = ۷\times۷\times۳\times۳\times۳ = ۲۱^{۲}\times۳$

$\log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = \log_{۲۱}^{۲۱^{۲}} + \log_{۲۱}^{۳} = ۲\log_{۲۱}^{۲۱}+\log_{۲۱}^{۳} = ۲+\log_{۲۱}^{۳}$

$\rightarrow (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + \underbrace{(۲-\log_{۲۱}^{۳})(۲+\log_{۲۱}^{۳})}_{\text{مزدوج}} = \cancel{(\log_{۲۱}^{۳})^{۲}} + ۴ - \cancel{(\log_{۲۱}^{۳})^{۲}} = ۴$

پریا امینی

۴-

$\log(x^۲-۲x+۱)+۳\log(۱-x)=۵$

$\log\underbrace{(x-۱)^۲}_{(۱-x)^۲}+۳\log(۱-x)=۵ \rightarrow ۲\log(۱-x)+۳\log(۱-x)=۵$ ب

$\cancel{۵}\log(۱-x)=\cancel{۵} \rightarrow \log_{۱۰}^{۱-x}=۱ \rightarrow ۱-x=۱۰ \rightarrow x=-۹$

$\log_{۳}^{-(-۹)}=\log_{۳}^{۹}=\log_{۳}^{۳^۲}=۲\cancel{\log_{۳}^{۳}}^{۱}=\boxed{۲}$

۵-

$\log_{۲}^{(x^۲+۲x+۴)}+\log_{۲}^{(x-۲)}=۳$ د

$\log_{۲}^{\overbrace{(x^۲+۲x+۴)(x-۲)}^{\text{فیل و فنجون}}}=۳ \rightarrow \log_{۲}^{x^۳-۸}=۳ \rightarrow ۲^۳=x^۳-۸ \rightarrow$

$۱۶=x^۳ \rightarrow x=\sqrt[۳]{۱۶}$

$\log_{\sqrt[۳]{۲}}^{\sqrt[۳]{۱۶}}=\log_{۲^{\frac{۱}{۳}}}^{۱۶^{\frac{۱}{۳}}}=\frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۱}{۳}}\log_{۲}^{۱۶}=\log_{۲}^{۲^۴}=۴\cancel{\log_{۲}^{۲}}^{۱}=\boxed{۴}$

۶-

$\log(۲-x)-\log\frac{۱}{\underbrace{(x-۲)^۲}_{(۲-x)^۲}}=۳ \xrightarrow{t=۲-x} \log t-\log\frac{۱}{t^۲}=۳ \rightarrow$ د

$\log\frac{\frac{t}{۱}}{\frac{۱}{t^۲}}=۳ \rightarrow \log_{۱۰}^{t^۳}=۳ \rightarrow ۱۰۰۰=t^۳ \rightarrow t=۱۰ \rightarrow ۲-x=t=۱۰ \rightarrow \boxed{x=-۸}$

$\log_{\sqrt{۲}}^{(-x)}=\log_{\sqrt{۲}}^{-(-۸)}=\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۳}=\frac{۳}{\frac{۱}{۲}}\cancel{\log_{۲}^{۲}}^{۱}=\boxed{۶}$

پریا امینی

۷-

$$۸۱^x = ۳^{(x^۲-۲)} \longrightarrow ۳^{۴x} = ۳^{x^۲-۲} \longrightarrow ۴x = x^۲-۲ \longrightarrow x^۲-۴x-۲=۰$$

$\downarrow$ $(۳^۴)^x$

$$\Delta = ۱۶-۴(۱)(-۲) = ۱۶+۸ = ۲۴$$

$$x = \frac{۴ \pm \sqrt{۲۴}}{۲} = \frac{۴ \pm ۲\sqrt{۶}}{۲} = \frac{۲ \pm \sqrt{۶}}{۱} \begin{cases} \to ۲+\sqrt{۶} \ \checkmark \\ \to ۲-\sqrt{۶} \ \text{غ ق ق} \end{cases}$$

مبنای log را منفی می‌کند

$$\log_۶^{x-۲} = \log_۶^{۲+\sqrt{۶}-۲} = \log_۶^{\sqrt{۶}} = \log_۶^{۶^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۱}{۲}\cancel{\log_۶^۶}^{۱} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$$

۸-

$$\log_۳^۲ = \frac{۵}{۸}$$

$$\log_{۱۸}^۸ = \frac{\log_۳^۸}{\log_۳^{۱۸}}$$

$$\log_۳^۸ = \log_۳^{۲^۳} = ۳\log_۳^۲ = ۳ \times \frac{۵}{۸}$$

$$\log_۳^{۱۸} = \log_۳^{۹\times۲} = \cancel{\log_۳^۹}^{۲} + \log_۳^۲ = \log_۳^{۳^۲} + \log_۳^۲ = ۲\cancel{\log_۳^۳}^{۱} + \frac{۵}{۸} =$$

$$\frac{۱۶}{۸} + \frac{۵}{۸} = \frac{۲۱}{۸}$$

$$\frac{\log_۳^۸}{\log_۳^{۱۸}} = \frac{۳\times\frac{۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{\cancel{۸}\times\overset{۵}{\cancel{۱۵}}}{\cancel{۸}\times\underset{۷}{\cancel{۲۱}}} = \frac{۵}{۷}$$

۹-

$$\log_۴^۳ = ۰٫۸$$

$$\log_۲^۴ ۲ = \frac{۱}{۲}\cancel{\log_۲^۲}^{۱} = \frac{۱}{۲} = ۰٫۵$$

$$\log_{۱۲}^۶ = \frac{\log_۴^۶}{\log_۴^{۱۲}} = \frac{\log_۴^{۲\times۳}}{\log_۴^{۳\times۴}} = \frac{\log_۴^۲ + \log_۴^۳}{\log_۴^۳ + \log_۴^۴} = \frac{۰٫۵ + ۰٫۸}{۰٫۸ + ۱} = \frac{۱٫۳}{۱٫۸} = \frac{۱۳}{۱۸}$$

دریا حسینی

-۱۰

$$(a\log ۲)x^۲+ax+b\log ۲=۰$$

$$\xrightarrow{x=-۱}(a\log ۲)(-۱)^۲+a(-۱)+b\log ۲=۰\longrightarrow$$

$$a\log ۲-a+b\log ۲=۰\longrightarrow a(\log ۲-۱)+b\log ۲=۰$$

$$\log ۲-۱=-(\overbrace{۱-\log ۲}^{\log ۵})=-\log ۵$$

$$\boxed{\log ۵=\log_{۱۰}\frac{۱۰}{۲}=\log_{۱۰}۱۰-\log_{۱۰}۲=۱-\log ۲}$$

$$a(-\log ۵)+b\log ۲=۰\longrightarrow -a(\log ۵)+b(\log ۲)=۰\longrightarrow$$

$$b(\log ۲)=a(\log ۵)\longrightarrow\frac{b}{a}=\frac{\log_{۱۰}۵}{\log_{۱۰}۲}=\log_۲ ۵$$

$$\sqrt{۲}^{\frac{b}{a}}=\sqrt{۲}^{\log_۲ ۵}=۵^{\log_۲\sqrt{۲}}=۵^{\frac{۱}{۲}}=\boxed{\sqrt{۵}}$$

$$\log_۲\sqrt{۲}=\log_۲ ۲^{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۲}\cancelto{۱}{\log_۲ ۲}=\frac{۱}{۲}$$