فرناز محمدرضایی

« تکلیف ۲۳ »

یازدهم دفتر A

سوال ۱)

$\log_{n}^{m} = a$

$$\log_{mn}^{m^۲n} = b \longrightarrow \log_{mn}^{m^۲n} = \log_{mn}^{m^۲} + \log_{mn}^{n} \xRightarrow{①و②} \log_{mn}^{m^۲n} = \frac{۲a}{۱+a} + \frac{۱}{a+۱} = \boxed{\frac{۲a+۱}{a+۱} = b}$$

$$\log_{mn}^{m^۲} = \frac{۱}{\log_{m^۲}^{mn}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}\log_{m}^{mn}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}(\underbrace{\cancel{\log_{m}^{m}}}_{۱} + \underbrace{\log_{m}^{n}}_{\frac{۱}{\log_{n}^{m}} = \frac{۱}{a}})} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲a}} = \frac{۴a}{۲+۲a} = \frac{۲a}{۱+a} \quad ①$$

$$۱ < \underbrace{\frac{۲a+۱}{a+۱}}_{b} < ۲ \Longrightarrow \boxed{[b] = ۱}$$

از دو برابر مخرج ۱ واحد کمتر پس بین (۱و۲)

$$\log_{mn}^{n} = \frac{۱}{\log_{n}^{mn}} = \frac{۱}{\underbrace{\cancel{\log_{n}^{m}}}_{a} + \underbrace{\cancel{\log_{n}^{n}}}_{۱}} = \frac{۱}{a+۱} \quad ②$$

سوال ۲)

الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}}}$

$x > ۰$ ①

$\log_{\frac{۱}{۲}}^{x} \neq ۰ \longrightarrow x \neq ۱$ ②

$\frac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}} \geq ۰$ $\quad$ ۰ ۱ : + | − $\longrightarrow [۰,۱)$ ③

$\xrightarrow{①\cap②\cap③} D_f = (۰,۱)$

ب) $y = \frac{\log_{۴}^{(x^۲-x-۲)}}{\underbrace{\sqrt{x^۲-۱}+۱}}$

به ازای هیچ عددی صفر نمی‌شود

$x^۲ - x - ۲ > ۰ \longrightarrow$ $\quad$ −۱ ۲ : + | − | + $\quad (-\infty,-۱) \cup (۲,+\infty)$ ①

$x^۲ - ۱ \geq ۰ \longrightarrow x^۲ \geq ۱ \longrightarrow x \geq ۱$ یا $x \leq -۱$ ②

$D_f = ① \cap ② = (-\infty,-۱) \cup (۲,+\infty)$

سوال ۳)

$$۲\log_{x}^{a} + \log_{a}^{\sqrt{x}} = ۲ \xrightarrow{x=۹} \underbrace{۲\log_{۳^۲}^{a}}_{۲\times\frac{۱}{۲}\log_{۳}^{a}} + \log_{a}^{\cancel{\sqrt{۹}}\,۳} = \log_{۳}^{a} + \underbrace{\log_{a}^{۳}}_{\frac{۱}{\log_{۳}^{a}}} = ۲ \longrightarrow \underbrace{\log_{۳}^{a}}_{t} + \frac{۱}{\log_{۳}^{a}} = ۲$$

$$\longrightarrow t + \frac{۱}{t} = ۲ \longrightarrow t^۲ - ۲t + ۱ = ۰ \longrightarrow (t-۱)^۲ = ۰ \longrightarrow t = ۱ \longrightarrow \log_{۳}^{a} = ۱ \longrightarrow \boxed{a = ۳}$$

سوال ۴)

$\log ۳ = ۰/۴ \qquad \log ۲ = ۰/۳$

$$\underbrace{(\log\frac{۵}{۳})}_{a}x^۲ + \underbrace{(\log ۹)}_{b}x - \underbrace{\log ۱۵}_{c} = ۰$$

$$a = \log\frac{۵}{۳} = \log ۵ - \log ۳ = \log\frac{۱۰}{۲} - \log ۳ = \log ۱۰ - \log ۲ - \log ۳ = ۱ - ۰/۳ - ۰/۴ = \boxed{۰/۳}$$

$$b = \log ۹^{۳^۲} = ۲\log ۳ = ۲ \times ۰/۴ = \boxed{۰/۸}$$

$$c = \log ۱۵ = \log ۵ + \log ۳ = \log\frac{۱۰}{۲} + \log ۳ = (\log ۱۰ - \log ۲) + \log ۳ = (۱ - ۰/۳) + ۰/۴ = \boxed{۱/۱}$$

$$\Rightarrow ۰/۳x^۲ + ۰/۸x - ۱/۱ = ۰ \xrightarrow[\text{جمع ریشه‌ها صفر}]{} x_۱ = ۱ \quad x_۲ = \frac{-۱۱}{۳} \longrightarrow |x_۱ - x_۲| = |۱ - (-\frac{۱۱}{۳})| = \boxed{\frac{۱۴}{۳}}$$

فرناز محمدرضایی

سوال ۵)

$$\log_{۱۴}^{۱۰} = \frac{\log_{۲}^{۱۰}}{\log_{۲}^{۱۴}} = \frac{\log_{۲}^{۵} + \cancel{\log_{۲}^{۲}}^{۱}}{\log_{۲}^{۷} + \cancel{\log_{۲}^{۲}}_{۱}} = \frac{۲+۱}{۲/۸+۱} = \frac{۳}{۳/۸} = \frac{۳۰}{۳۸} = \frac{۱۵}{۱۹}$$

$$\log_{۲}^{۵} = \frac{۱}{\log_{۵}^{۲}} = \frac{۱}{۰/۵} = ۲$$

سوال ۶)

$$\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۵}} = \frac{\log_{۳}^{۲} + \cancel{\log_{۳}^{۳}}^{۱}}{\cancel{\log_{۳}^{۳}}_{۱} + \cancel{\log_{۳}^{۵}}_{۱/۵}} = \frac{\frac{۵}{۸}+۱}{۱+\frac{۳}{۲}} = \frac{\frac{۱۳}{۸}}{\frac{۵}{۲}} = \frac{۱۳}{۲۰}$$

$$\log_{۳}^{۲} = \frac{۱}{\cancel{\log_{۲}^{۳}}_{۱/۶}} = \frac{۵}{۸}$$

سوال ۷)

$$\log_{۸}^{۱۸} = m \rightarrow \log_{۲^{۳}}^{۹\times۲} = \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۱۸} = m \longrightarrow \log_{۲}^{۱۸} = ۳m \rightarrow \underbrace{\log_{۲}^{۹}}_{۲\log_{۲}^{۳}} + \cancel{\log_{۲}^{۲}}_{۱} = ۳m \rightarrow ۲\log_{۲}^{۳} = ۳m-۱$$

$$\rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۲}$$

$$\log_{۴}^{۱۲} = \log_{۲^{۲}}^{۴\times۳} = \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}(\log_{۲}^{۴}+\log_{۲}^{۳}) = \frac{۱}{۲}(۲+\frac{۳m-۱}{۲}) = \boxed{\frac{۳m+۳}{۴}}$$

سوال ۸)

$$\left.\begin{aligned}(\tfrac{۴}{۱۰})^{۲x-۱} &= (\tfrac{۲}{۵})^{۲x-۱}\\ (\tfrac{۱۲۵}{۸})^{x^{۲}} &= (\tfrac{۵^{۳}}{۲^{۳}})^{x^{۲}} = (\tfrac{۵}{۲})^{۳x^{۲}} = (\tfrac{۲}{۵})^{-۳x^{۲}}\end{aligned}\right\} \rightarrow -۳x^{۲} = ۲x-۱ \longrightarrow ۳x^{۲}+۲x-۱=۰ \rightarrow \boxed{x=\frac{۱}{۳}}$$

$\rightarrow x=-۱$ غ ق ق

$$\log_{۸}^{۹\times\frac{۱}{۳}+۱} = \log_{۸}^{۴} = \log_{۲^{۳}}^{۲^{۲}} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \boxed{\frac{۲}{۳}}$$

سوال ۹)

$$\log_{\cancel{x}\,۲^{۳}}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a) \rightarrow \frac{۱}{\cancel{۳}}\log_{۲}^{b} = \frac{۲}{\cancel{۳}}(۱+a) \rightarrow \log_{۲}^{b} = ۲(۱+a) \rightarrow b = ۲^{۲(۱+a)} \Rightarrow b = ۴^{۱+a}$$

$$b = ۴^{\overset{\log_{۲}^{۲}}{\cancel{۱}} + \log_{۲}^{۳}} = ۴^{\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳}} = ۴^{\log_{۲}^{۶}} = ۶^{\log_{۲}^{\cancel{۴}\,۲}} = \boxed{۳۶ = b}$$

$$\log(۳\times۳۶-۸) = \boxed{\log ۱۰۰ = ۲}$$

سوال ۱۰)

جمع ۲ ریشه : $\frac{-b}{-۴a} = \frac{b}{۴a} \xrightarrow{\text{عکس}} \frac{۴a}{b} = \log ۴ \longrightarrow \frac{a}{b} = \frac{۱}{۴}\log^{\cancel{۴}\,۲^{۲}} = \frac{۱}{۲}\log ۲ \longrightarrow \boxed{a = \frac{b}{۲}\log ۲}$

a واسطه حسابی b و c $\rightarrow ۲a = b+c \rightarrow c = ۲a-b = b\log ۲ - b = b(\log ۲-۱) = -b(۱-\log ۲) = -b(\log ۱۰ - \log ۲)$

$$= \boxed{-b(\log ۵) = c}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{-\cancel{b}\log ۵}{\frac{\cancel{b}}{۲}\log ۲} = -۲\log_{۲}^{۵}$$

$$\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}} = ۲^{-\frac{۱}{۸}}$$

$$(۲^{-\frac{۱}{۸}})^{\frac{c}{a}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{-۲\log_{۲}^{۵}} = (۲^{\frac{۱}{۴}})^{\log_{۲}^{۵}} = ۵^{\log_{۲}^{۲^{\frac{۱}{۴}}}} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \boxed{\sqrt[۴]{۵}}$$