نام و نام خانوادگی ....سارینا...دارخیه.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ...یازدهم ریاضی A........

۱

مقدار $\log_{n}^{m} = a$ و مقدار $\log_{mn}^{m^2 n} = b$ است. اگر $a>0$ باشد، حاصل $[b]$ چقدر است؟

$$\log_{mn}^{m^2n} = \frac{\log_{n}^{m^2n}}{\log_{n}^{mn}} = \frac{\log_{n}^{m} + \log_{n}^{m} + \log_{n}^{n}}{\log_{n}^{m} + \log_{n}^{n}} \xrightarrow{\log_{n}^{m}=a} \frac{2a+1}{a+1} \Rightarrow b$$

t

$\longrightarrow$ if $a=1$: $\frac{3}{2} \Rightarrow 1/5$

$\longrightarrow$ if $a=10$: $\frac{21}{11} \Rightarrow 1/\dots$

$\longrightarrow$ if $a=100$ $= \frac{201}{101} \Rightarrow 1/\dots$

$$\Rightarrow 1 < \frac{2a+1}{a+1} < 2 \xrightarrow{t=b} [b] = 1$$

۲

دامنه؟

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}}} \Rightarrow$ (I) $x>0$ (II) $\log_{\frac{1}{2}}^{x} \neq 0 \longrightarrow x \neq 1$ $\quad$ I ∩ II ∩ III $\Rightarrow$

(III) $\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}} \geq 0 \longrightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & 0 & & 1 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$ $\rightsquigarrow [0,1)$ $\quad D_f = (0,1)$

0 ، 1

ب) $y = \dfrac{\log_{4}^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1} \Rightarrow$ (I) $x^2-x-2>0 \rightsquigarrow (x-2)(x+1)>0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$

(II) $\sqrt{x^2-1}+1>0 \longrightarrow \sqrt{x^2-1} > -1$

۳

اگر در معادله $2\log_{x}^{a} + \log_{a}^{\sqrt{x}} = 2$ مقدار x برابر ۹ باشد مقدار a؟

$$2\log_{9}^{a} + \log_{a}^{3} = 2 \longrightarrow \log_{3}^{a} + \log_{a}^{3} = 2 \longrightarrow \frac{1}{\log_{a}^{3}} + \log_{a}^{3} = 2$$

$$\longrightarrow \frac{1}{\log_{a}^{3}} + \frac{(\log_{a}^{3})^2}{\log_{a}^{3}} = 2 \longrightarrow 1 + (\log_{a}^{3})^2 = 2\log_{a}^{3} \xrightarrow{\log_{a}^{3}=t} 1+t^2 = 2t$$

$$\longrightarrow t^2+1-2t=0 \longrightarrow (t-1)^2=0 \longrightarrow t=1 \longrightarrow \log_{a}^{3}=1 \longrightarrow a^1=3$$

$$\boxed{a=3}$$

$a = 1$

اگر $\log 2 \simeq 0,3$ و $\log 3 \simeq 0,4$ باشد اختلاف ریشه های معادله $\left(\log \frac{5}{3}\right) x^2 + (\log 9)\, x - \log 15 = 0$ را بیابید $(\log 5 - \log 3)\, x^2 + (\log 3 + \log 3)\, x - (\log 5 + \log 3) = 0 \quad 5 = \frac{10}{2}$ $\xrightarrow{5=\frac{10}{2}} (\log 10 - \log 2 - \log 3)\, x^2 + (\log 3 + \log 3)\, x - (\cancel{\log 10}^{\,1} - \cancel{\log 2}^{\,0,3} + \cancel{\log 3}^{\,0,4}) = 0$ $(\cancel{1 - 0,7}^{\,0,3})\, x^2 + (0,8)\, x - (1,1) = 0 \xrightarrow{\times 10} 3x^2 + 8x - 11 = 0$ $\rightarrow \lvert x_1 - x_2 \rvert = \frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a \rvert} \Rightarrow \frac{14}{3} \rightarrow$ جواب	۴
اگر مقادیر تقریبی $\log_2 7 = 2,8$ و $\log_5 2 = 0,5$ باشد حاصل $\log_{14} 10$ را بیابید. $\log_{14} 10 \Rightarrow \frac{\log 10}{\log 14} \Rightarrow \frac{\log 2 + \log 5}{\log 2 + \log 7} \xrightarrow{\mathrm{I},\,\mathrm{II}} \frac{\log 2 + 2\log 2}{\log 2 + 2,8 \log 2} = \frac{3\cancel{\log 2}}{3,8 \cancel{\log 2}} \Rightarrow \frac{3}{3,8}$ $(\mathrm{I})\ \log_2 7 \Rightarrow 2,8 \rightsquigarrow \frac{\log 7}{\log 2} = 2,8 \rightarrow \log 7 = 2,8 \log 2$ $(\mathrm{II})\ \log_5 2 = 0,5 \rightsquigarrow \frac{\log 2}{\log 5} = 0,5 \rightarrow \log 5 = 2 \log 2$	۵

6	اگر مقادیر تقریبی $\log_{2}^{3} = \cancel{1/6} \rightarrow \frac{8}{5}$ و $\log_{3}^{5} = \cancel{1/5} \rightarrow \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\log_{15}^{9}$ را بیابید. $(\mathrm{I})\ \log_{3}^{5} = \frac{\log^{5}}{\log^{3}} = \frac{3}{2} \longrightarrow \log^{5} = \frac{3}{2}\log^{3}$ $(0/65) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = \frac{13 \times \cancel{2}}{5 \times \cancel{2} \times 4}$ $(\mathrm{II})\ \log_{2}^{3} = \frac{\log^{3}}{\log^{2}} = \frac{8}{5} \longrightarrow \log^{2} = \frac{5}{8}\log^{3}$ $\log_{15}^{9} = \frac{\log^{9}}{\log^{15}} \Rightarrow \frac{\log^{2\times 3}}{\log^{3\times 5}} \Rightarrow \frac{\log^{2} + \log^{3}}{\log^{3} + \log^{5}} \xrightarrow{\mathrm{I},\mathrm{II}} \frac{\frac{5}{8}\log^{3} + \log^{3}}{\log^{3} + \frac{3}{2}\log^{3}} = \frac{\frac{13}{8}\cancel{\log^{3}}}{\frac{5}{2}\cancel{\log^{3}}}$
7	اگر $\log_{8}^{18} = m$ باشد، حاصل $\log_{4}^{12}$ را بیابید. 1 $\log_{8}^{18} = \log_{2^3}^{3^2} + \log_{2^3}^{2} \Rightarrow \frac{2}{3}\log_{2}^{3} + \frac{1}{3}\cancel{\log_{2}^{2}} = m \Rightarrow \frac{2}{3}\log_{2}^{3} = m - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{m-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}$ $\log_{2}^{3} \Rightarrow \frac{3m-1}{2}\ (\mathrm{I})$ $\log_{4}^{12} \Rightarrow \log_{2^2}^{2^2\times 3} \Rightarrow \cancel{\log_{2^2}^{2^2}} + \log_{2^2}^{3} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2}\log_{2}^{3} \xrightarrow{(\mathrm{I})}$ $1 + \frac{1}{2}\left(\frac{3m-1}{2}\right) \Rightarrow 1 + \frac{3m-1}{4} \Rightarrow \frac{3m+3}{4}$
8	اگر $(0/4)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2}$ باشد، حاصل $\log_{8}^{(9x+1)}$ را بیابید. $\left(\frac{4}{10}\right)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \longrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5^3}{2^3}\right)^{x^2} \longrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2}$ $2x-1 = -3x^2 \longrightarrow 3x^2+2x-1=0 \rightsquigarrow x_1=-1\ ,\ x_2=\frac{1}{3}$ $\xrightarrow{x=-1} \log_{8}^{-9+1}$: غ ق ق $\rightsquigarrow \log_{b}^{a} : a>0 \longrightarrow -9+1<0$ غ ق ق $\xrightarrow{x=\frac{1}{3}} \log_{8}^{3 \times \frac{1}{3}+1} : \log_{8 \to 2^3}^{(4) \to 2^2} : \frac{2}{3}\log_{2}^{2} \rightarrow \frac{2}{3}$ جواب
9	اگر $\log_{2}^{3} = a$ و $\log_{8}^{b} = \frac{2}{3}(1+a)$ باشد، مقدار $\log(3b-8)$ را بیابید $\log_{8}^{b} = \frac{2}{3}(1+a) \Rightarrow b = 8^{\frac{2}{3}(1+a)} \Rightarrow b = 2^{\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}(1+a)} \Rightarrow$ $\rightarrow 4^{(1+a)} \Rightarrow 4^{1} \times 4^{\log_{2}^{3}} \Rightarrow 4 \times 3^{\log_{2}^{4} \to (2)} \Rightarrow 4 \times 3^{2} \Rightarrow (36) \Rightarrow b$ $\log(\underbrace{3 \times 36}_{108} - 8) \Rightarrow \log_{10}^{100} \Rightarrow (2)$ جواب
10	اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $\underset{a}{4a}x^2 + \underset{b}{b}x + \underset{c}{\frac{1}{4}c} = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه‌ی حسابی b و c باشد، مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ را بیابید. $\frac{1}{S}$ $S = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{b}{4a} \longrightarrow \frac{1}{S} = \log^{4} \Rightarrow \frac{4a}{b} = \log^{4} \rightarrow b = \frac{4a}{\log^{4}}\ (\mathrm{I})$ $a = \frac{b+c}{2} \Rightarrow c = 2a - b \xrightarrow{(\mathrm{I})} c = 2a - \frac{4a}{\log 4} \Rightarrow \frac{c}{a} = 2 - \frac{4}{\log 4}$ $\left(\frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)^{\frac{c}{a}} \Rightarrow \left(2^{-\frac{1}{8}}\right)^{\frac{c}{a}} \Rightarrow \left(2^{-\frac{1}{8}}\right)^{2-\frac{4}{\log 4}} \Rightarrow 2^{-\frac{1}{4} + \frac{1}{2\log 4}} \Rightarrow 2^{-1/4 + \frac{1}{4\log 2}}$ $2\log 4 \Rightarrow 2\log 2^2 \Rightarrow \frac{1}{2\log 4} \Rightarrow \frac{1}{4\log 2}$