۱۸,۵

نام و نام خانوادگی ......سارینا دارخیله.................. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۳... کلاس ...یازدهم ریاضی A.........

۱ مقدار $\log_n m = a$ و مقدار $\log_{mn} m^2n = b$ است. اگر $a>0$ باشد، حاصل $[b]$ چقدر است؟

$$\log_{mn} m^2n = \frac{\log_n m^2n}{\log_n mn} = \frac{\log_n m + \log_n m + \log_n n}{\log_n m + \log_n n} \xrightarrow{\log_n m = a} \frac{2a+1}{a+1} \Rightarrow b$$

t

$\longrightarrow$ if $a=1$: $\frac{3}{2} \Rightarrow 1/5$

$\longrightarrow$ if $a=10$: $\frac{21}{11} \Rightarrow 1/\dots$

$\longrightarrow$ if $a=100 = \frac{201}{101} \Rightarrow 1/\dots$

$$\Rightarrow 1 < \frac{2a+1}{a+1} < 2 \xrightarrow{t=b} [b] = 1$$

۲

۲ دامنه؟

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}} \Rightarrow$ (I) $x>0$ (II) $\log_{\frac{1}{2}} x \neq 0 \longrightarrow x\neq 1$ $\quad$ $I \cap II \cap III \Rightarrow$

(III) $\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \longrightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & 0 & & 1 & \\ - & \phi & + & \phi & - \end{array}$ $\rightsquigarrow [0,1)$ $\quad D_f = (0,1)$

۲

ب) $y=\dfrac{\log_4 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \Rightarrow$ (I) $x^2-x-2>0 \rightsquigarrow (x-2)(x+1)>0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & \phi & - & \phi & + \end{array}$ $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$

(II) $\sqrt{x^2-1}+1>0 \longrightarrow \sqrt{x^2-1} > -1$

۳ اگر در معادله $2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2$ مقدار x برابر ۹ باشد مقدار a ؟

$$2\log_9 a + \log_a 3 = 2 \longrightarrow \log_3 a + \log_a 3 = 2 \longrightarrow \frac{1}{\log_a 3} + \log_a 3 = 2$$

$$\longrightarrow \frac{1}{\log_a 3} + \frac{(\log_a 3)^2}{\log_a 3} = 2 \to 1+(\log_a 3)^2 = 2\log_a 3 \xrightarrow{\log_a 3 = t} 1+t^2 = 2t$$

۲

$$\longrightarrow t^2+1-2t=0 \longrightarrow (t-1)^2=0 \longrightarrow t=1 \longrightarrow \log_a 3 = 1 \longrightarrow a^1 = 3$$

$$\boxed{a=3}$$

$a = 1$

اگر $\log 2 \simeq 0.3$ و $\log 3 \simeq 0.4$ باشد اختلاف ریشه های معادله $(\log \frac{5}{3})x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0$ را بیابید $(\log \overset{\to \frac{10}{2}}{5} - \log 3)x^2 + (\log 3 + \log 3)x - (\log 5 + \log 3) = 0$ $\xrightarrow{5 = \frac{10}{2}} (\log 10 - \log 2 - \log 3)x^2 + (\log 3 + \log 3)x - (\cancel{\log 10}^{\,1} - \cancel{\log 2}^{\,0.3} + \cancel{\log 3}^{\,0.4}) = 0$ ۲ $(1 - \cancel{0.7}^{\,0.3})x^2 + (0.8)x - (1.1) = 0 \xrightarrow{\times 10} 3x^2 + 8x - 11 = 0$ $\rightarrow \lvert x_1 - x_2 \rvert = \frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a \rvert} \Rightarrow \frac{14}{3} \rightarrow$ جواب	۴
اگر مقادیر تقریبی $\log_2 7 = 2.8$ و $\log_5 2 = 0.5$ باشد حاصل $\log_{14} 10$ را بیابید. $\log_{14} 10 \Rightarrow \frac{\log 10}{\log 14} \Rightarrow \frac{\log 2 + \log 5}{\log 2 + \log 7} \xrightarrow{I, II} \frac{\log 2 + 2\log 2}{\log 2 + 2.8 \log 2} = \frac{3\cancel{\log 2}}{3.8 \cancel{\log 2}} \Rightarrow \frac{3}{3.8}$ ۲ $(I)\ \log_2 7 = 2.8 \rightsquigarrow \frac{\log 7}{\log 2} = 2.8 \longrightarrow \log 7 = 2.8 \log 2$ $(II)\ \log_5 2 = 0.5 \rightsquigarrow \frac{\log 2}{\log 5} = 0.5 \longrightarrow \log 5 = 2 \log 2$	۵

اگر مقادیر تقریبی $\log_{3}^{5} = 1/5$ و $\log_{2}^{3} = 1/6$ باشد، حاصل $\log_{15}^{9}$ را بیابید. ۶

$\frac{8}{5}$ ، $\frac{3}{2}$

$(I)\ \log_{3}^{5} = \frac{\log^5}{\log^3} = \frac{3}{2} \longrightarrow \log^5 = \frac{3}{2}\log^3$

$(II)\ \log_{2}^{3} = \frac{\log^3}{\log^2} = \frac{8}{5} \longrightarrow \log^2 = \frac{5}{8}\log^3$

$(0/65) = \frac{65}{100} \xleftarrow{\times 5} \frac{13}{20} = \frac{13\times\cancel{2}}{5\times\cancel{2}\times 4}$

$\log_{15}^{9} = \frac{\log^9}{\log^{15}} \Rightarrow \frac{\log^{2\times3}}{\log^{3\times5}} \Rightarrow \frac{\log^2+\log^3}{\log^3+\log^5} \xrightarrow{I,II} \frac{\frac{5}{8}\log^3+\log^3}{\log^3+\frac{3}{2}\log^3} = \frac{\frac{13}{8}\cancel{\log^3}}{\frac{5}{2}\cancel{\log^3}}$

۲

اگر $\log_{8}^{18} = m$ باشد، حاصل $\log_{4}^{12}$ را بیابید. ۷

$\log_{\underset{2^3}{8}}^{\overset{3^2\times2}{18}} = \log_{2^3}^{3^2} + \log_{2^3}^{2} \Rightarrow \frac{2}{3}\log_{2}^{3} + \frac{1}{3}\cancel{\log_{2}^{2}} = m \Rightarrow \frac{2}{3}\log_{2}^{3} = m-\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{m-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}$

$\log_{2}^{3} \Rightarrow \frac{3m-1}{2}\quad (I)$

$\log_{4}^{12} \Rightarrow \log_{2^2}^{2^2\times3} \Rightarrow \overset{1}{\cancel{\log_{2^2}^{2^2}}} + \log_{2^2}^{3} \longrightarrow 1+\frac{1}{2}\log_{2}^{3} \xrightarrow{(I)}$

$1+\frac{1}{2}\left(\frac{3m-1}{2}\right) \Rightarrow 1+\frac{3m-1}{4} \Rightarrow \frac{3m+3}{4}$

۲

اگر $(0/4)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2}$ باشد، حاصل $\log_{8}^{(9x+1)}$ را بیابید. ۸

$\left(\frac{4}{10}\right)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \longrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5^3}{2^3}\right)^{x^2} \longrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2}$

$2x-1 = -3x^2 \longrightarrow 3x^2+2x-1 = 0 \rightsquigarrow x_1=-1\ ,\ x_2=\frac{1}{3}$

$\xrightarrow{x=-1} \log_{8}^{-9+1}$: غ ق غ $\rightsquigarrow \log_{b}^{a} : a>0 \longrightarrow -9+1<0$ غ ق غ

$\xrightarrow{x=\frac{1}{3}} \log_{8}^{9\times\frac{1}{3}+1}$: $\log_{8 \to 2^3}^{(4) \to 2^2}$: $\frac{2}{3}\log_{2}^{2} \to \frac{2}{3}$ جواب

۲

اگر $\log_{2}^{3} = a$ و $\log_{8}^{b} = \frac{2}{3}(1+a)$ باشد، مقدار $\log(3b-8)$ را بیابید ۹

$\log_{8}^{b} = \frac{2}{3}(1+a) \Rightarrow b = 8^{\frac{2}{3}(1+a)} \Rightarrow b = 2^{\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}(1+a)} \Rightarrow$

$\to 4^{(1+a)} \Rightarrow 4^1\times4^{\log_{2}^{3}} \Rightarrow 4\times3^{\log_{2}^{4}\to(2)} \Rightarrow 4\times3^2 \Rightarrow (36) \Rightarrow b$

$\log(\underbrace{3\times36}_{108}-8) \Rightarrow \log_{10}^{100} \Rightarrow (2)$ جواب

۲

اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $\underset{a}{(4a)}x^2+\underset{b}{(b)}x+\underset{c}{(\frac{1}{4}c)}=0$ برابر $\log 4$ و a واسطه‌ی حسابی b و c باشد، مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ را بیابید. ۱۰

$\frac{1}{S}$

$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{b}{4a} \longrightarrow \frac{1}{S} = \log^4 \Rightarrow \frac{4a}{b} = \log^4 \to b = \frac{4a}{\log^4}\quad (I)$

$a = \frac{b+c}{2} \Rightarrow c = 2a-b \xrightarrow{(I)} c = 2a-\frac{4a}{\log 4} \Rightarrow \frac{c}{a} = 2-\frac{4}{\log 4}$

$\left(\frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)^{\frac{c}{a}} \Rightarrow \left(2^{-\frac{1}{8}}\right)^{\frac{c}{a}} \Rightarrow \left(2^{-\frac{1}{8}}\right)^{2-\frac{4}{\log 4}} \Rightarrow 2^{-\frac{1}{4}+\frac{1}{2\log 4}} \Rightarrow 2^{-\frac{1}{4}+\frac{1}{4\log 2}}$

$2\log 2 \Rightarrow \frac{1}{2\log 4} \Rightarrow \frac{1}{4\log 2}$

۱/۵

$$a=\frac{b+c}{2}\rightarrow b=2a-c\rightarrow\frac{1}{x_1+x_2}=\frac{1}{S}=\frac{4a}{b}=\frac{4a}{2a-c}=2\log^{2}$$

$$\rightarrow\frac{2a}{2a-c}=\log^{2}\xrightarrow{\text{عکس}}\frac{2a-c}{2a}=\log_2^{10}\rightarrow 1-\log_2^{10}=\frac{c}{2a}\rightarrow 2-\log_2^{100}=\frac{c}{a}\quad 1$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}=\left(2^{-\frac{1}{8}}\right)^{\frac{c}{a}}=\left(2^{\frac{c}{a}}\right)^{\frac{-1}{8}}\xrightarrow{1}\left(2^{2-\log_2^{100}}\right)^{\frac{-1}{8}}$$

$$\left(\frac{2^{2}}{2^{\log_2^{100}}}\right)^{\frac{-1}{8}}=\left(\frac{4}{100}\right)^{\frac{-1}{8}}=(25)^{\frac{1}{8}}=\sqrt[4]{5}$$