$\log_{۲}^{۷} = ۲,۸$ ، $\log^{۲} ۵ = ۰,۵ = \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{\log_{۲}^{۵}}$ ← $\log_{۲}^{۵} = ۲$

$\log_{۲۴}^{۱۰} = \frac{\log^{۱۰}}{\log^{۲۴}_{۲}} \cdot \frac{\log_{۲}^{۲} + \log^{۵}_{۲}}{\log_{۲}^{۷} + \log_{۲}^{۲}} = \frac{۱+۲}{۲,۸+۱} = \frac{۳}{۳,۸} = \frac{\frac{۳}{۱}}{\frac{۳۸}{۱۰}} = \frac{۳۰}{۳۸}$ ← جواب

$\log_{۳}^{۵} = ۱,۵$ $\log_{۲}^{۳} = ۱,۶$ $\log^{۵}_{۳} = \frac{\log_{۲}^{۵}}{\log_{۲}^{۳}} = \frac{۲,۴}{۱,۶} = ۱,۵$ ← $\log_{۲}^{۵} = ۲,۴$

$\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۵}} \cdot \frac{\log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۲}}{\log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۵}} = \frac{۱+۱,۶}{۱,۶+۲,۴} = \frac{۲,۶}{۴} = ۰,۶۵$ ← جواب

$\log^{۱۸}_{۲} = \frac{۱}{۳}(\log_{۲}^{۹} + \log_{۲}^{۲}) = m \rightarrow ۲\log_{۲}^{۳} + ۱ = ۳m \rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۲}$

$\log_{۱۲}^{۴} = \frac{۱}{۲}\log_{۱۲}^{۲} = \frac{۱}{۲}(\log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۴}) = \frac{۱}{۲}(\frac{۳m-۱}{۲} + ۲) = \frac{۳m-۱+۴}{۴}$ ← جواب

$(\frac{۴}{۲۵})^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^۲} \Longrightarrow (\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۵}{۲})^{-۳x^۲} \Rightarrow ۲x-۱ = -۳x^۲$

$۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰$ ← -۱ ، $\frac{۱}{۳}$

$\log_{۸}^{۹x+۱}$ ← $x = -۱ \Rightarrow \log_{۸}^{-۸} =$ تعریف نشده

$x = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \log_{۸}^{۴} = \frac{۲}{۳}$ ← جواب

$\log_{۲}^{۳} = a$ $\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a)$ $\log(۳b-۸)$

$۲^a = ۳$

$b = ۸^{\frac{۲}{۳}a} \times ۸^{\frac{۲}{۳}} = (۲^{۳})^{\frac{۲}{۳}a} \times (۲^{۳})^{\frac{۲}{۳}} = ۳^۲ \times ۲^۲ = ۳۶ = b$

$\log_{۱۰۰}^{۱۰} = ۲$ ← جواب

$S_۰ x_۱ + x_۲ \rightarrow \frac{۱}{S} = \frac{۱}{x_۱+x_۲} = ۲\log^{۲} \rightarrow \frac{۱}{\frac{b}{۲a}} = \frac{۲a}{b} = ۲\log^{۲} \rightarrow \frac{۲a-c}{۲a} = \log_{۲}^{۱۰}$

$۱ - \frac{c}{۲a} = \log_{۲}^{۱۰} \rightarrow \frac{c}{۲a} = ۱ - \log_{۲}^{۱۰}$ ← $\times ۲$ ← $\frac{c}{a} = ۲ - \log_{۲}^{۱۰۰}$

$(\frac{۱}{\sqrt{۲}})^{\frac{c}{a}} = (\frac{۱}{\sqrt{۲}})^{۲-\log_{۲}^{۱۰۰}} = (۲^{-\frac{۱}{۲}})^{۲+\log_{۲}^{۱۰۰}} = ۲^{-۱-\frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۰۰}}$

$= ۲^{-۱} \times (۲^{\log_{۲}^{۱۰۰}})^{-\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۲} \times (\frac{۱۰۰}{۴})^{-\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۲} \times (۲۵)^{-\frac{۱}{۲}} = (\frac{۴}{۲۵})^{\frac{۱}{۲}}$

$\rightarrow (\frac{۲}{۵})^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt[۴]{۵}$ ← جواب

۱

$\log_n^m = a \quad \log_{mn}^{m^2 n} = b$

$[b] \quad \log_{mn}^{m^2 n} = \dfrac{\log_n^{m^2 n}}{\log_n^{mn}} = \dfrac{\log_n^n + 2\log_n^m}{\log_n^n + \log_n^m} = \dfrac{1+2a}{1+a}$

$\rightarrow [b] = \left[\dfrac{1+2a}{1+a}\right] = \left[1 + \dfrac{a}{1+a}\right] = 1 + \left[\dfrac{a}{1+a}\right] = 1$ ← جواب

۲

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}}}$

$\log_{\frac{1}{2}}^{x} \neq 0 \rightarrow x \neq 1$ ①

$\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}} \geq 0 \xrightarrow{x>0} \log_{\frac{1}{2}}^{x} > 0 \rightarrow x < 1$ ②

$x > 0$ ③

$\Rightarrow ① \cap ② \cap ③ \rightarrow D = (0,1)$

ب) $y = \dfrac{\log_{4}^{x^2-x-2}}{\sqrt{x^2-1}+1}$ (همواره مثبت) $\Rightarrow D = (-\infty,-1) \cup (2,\infty)$

$x^2 - x - 2 > 0$

$(x-2)(x+1) > 0$ $-1 \quad 2$: $+ \mid - \mid +$

(صورت) $D = (-\infty,-1) \cup (2,\infty)$

(مخرج) $x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 1 \rightarrow (-\infty,-1] \cup [1,\infty)$

۳

$2\log_x^a + \log_a^{\sqrt{x}} = 2 \quad , x = 9$

$2\log_x^a + \dfrac{1}{\log_{\sqrt{x}}^a} = 2 \rightarrow 2\log_x^a + \dfrac{1}{2\log_x^a} = 2 \rightarrow 2t + \dfrac{1}{2t} = 2 \Rightarrow 4t^2 - 4t + 1 = 0$

$\rightarrow (2t-1)^2 = 0 \rightarrow 2t = 1 \rightarrow t = \dfrac{1}{2} \longrightarrow \log_9^a = \dfrac{1}{2} \quad a = 9^{\frac{1}{2}} \rightarrow a = \sqrt{9}$

$a = 3$

۴

$\log^2 = 0{,}3 \quad , \log^3 = 0{,}4 \rightarrow \log^2 = \log^{10} - \log^5 = 0{,}3 \rightarrow 0{,}7 = \log^5$

$\left(\log^{\frac{5}{2}}\right)x^2 + (\log^9)x - \log^{15} = 0$

$(\log^5 - \log^2)x^2 + (2\log^3)x - (\log^3 + \log^5) = (0{,}7 - 0{,}4)x + (2 \times 0{,}4)x - (0{,}7 + 0{,}4)$

$= (0{,}3)x^2 + (0{,}8)x - 1{,}1 = 0 \rightarrow 3x^2 + 8x - 11 = 0$

$\Delta = 64 + 4 \times 3 \times 11 = 196 \rightarrow \dfrac{-8 \pm 14}{6} = \left\{1 \;\text{یا}\; -\dfrac{11}{3}\right\} \leftarrow x' \quad 1 + \dfrac{11}{3} = \dfrac{14}{3}$ ← جواب