یکتا نژاد ۲۰

۱) $\log_{mn} m + \log_{mn} mn = b \to \log_{mn} m = b-1 \to \dfrac{\log_n m}{\log_n m + \log_n n} = b-1 \to b = \dfrac{a}{a+1}+1$

$[b] = \left[\cancel{\dfrac{a}{a+1}}\right] + 1 \to \boxed{[b]=1}$ ۲

۲) الف) I) $\log_{\frac{1}{۲}} x \neq ۰ \to x \neq 1$ II) $\dfrac{x}{\log_{۲} x} \leq ۰$ $\begin{array}{c|c|c|c} x & ۰ & 1 & \\ \hline P & + & - & + \end{array}$ $[۰,1)$

I $\cap$ II $\to \boxed{[۰,1)}$ ۲

ب) I) $x^{۲}-x-۲ > ۰ \to (x-۲)(x+1) > ۰$ $\begin{array}{c|c|c} -1 & & ۲ \\ + & - & + \end{array}$ $(-\infty,-1)\cup(۲,+\infty)$

II) $x^{۲}-1 \geq ۰ \to$ $\begin{array}{c|c|c} -1 & & 1 \\ + & - & + \end{array}$ $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

I $\cap$ II $\to \boxed{(-\infty,-1)\cup(۲,+\infty]}$

۳) $\log_x a = t \to ۲t + \dfrac{1}{۲t} = ۲ \xrightarrow{\times(۲t)} ۴t^{۲}-۴t+1=۰$ $(۲t-1)^{۲}=۰ \to \dfrac{1}{۲}$

$\log_x a = \dfrac{1}{۲} \to \dfrac{1}{۲}\log_{۳} a = \dfrac{1}{۲} \to \boxed{a=۳}$ ۲

۴) $\log_{1۰}\dfrac{۵}{۳} = \log_{1۰}1۰ - \log_{1۰}۲ - \log_{1۰}۳ = ۰,۲۲$ | $\log_{1۰}۹ = ۲\log ۳ = ۰,۹۶$ | $\log_{1۰}1۵ = \log_{1۰}1۰ - \log_{1۰}۲ + \log_{1۰}۳ = 1,1۸$

$۳x^{۲}+۸x-11=۰ \to x \to -\dfrac{11}{۳},\ 1$ $\left|-\dfrac{11}{۳}-\dfrac{۳}{۳}\right| = \boxed{\dfrac{1۴}{۳}}$ ۲

۵) $\log_{1۴}۲ + \log_{1۴}۵ = \dfrac{1}{\log_{۲}۲+\log_{۲}۷} + \dfrac{1}{\log_{۵}۲+\log_{۵}۷} = \dfrac{1}{۲,۸} + \dfrac{1}{۰,۵+\underbrace{\log_{۵}۷}_{1,۴}} = \boxed{\dfrac{1۵}{1۹}}$ ۲

$\log_{۲}۷ = \dfrac{\log_{۵}۷}{\underbrace{\log_{۵}۲}_{۰,۵}} = ۲,۸ \to \log_{۵}۷ = 1,۴$

۶) $\log_{1۵}۳ + \log_{1۵}۲ = \dfrac{1}{\log_{۳}۳+\log_{۳}۵} + \dfrac{1}{\log_{۲}۳+\log_{۲}۵} = \dfrac{1}{۲,۵} + \dfrac{1}{۴} = \boxed{۰,۶۵}$ ۲

$\log_{۳}۵ = \dfrac{\log_{۲}۵}{\underbrace{\log_{۲}۳}_{1,۶}} = 1,۵ \to \log_{۲}۵ = ۲,۴$

۷) $\underbrace{\log_{۴}۴}_{1} + \log_{۴}۳ = \dfrac{۳m+۳}{۴} = \dfrac{۳}{۴}(m+1)$ ۶

$\log_{۲^{۳}} ۳^{۲}\times۲ = m \to \dfrac{1}{۳}\log_{۲} ۳^{۲}\times۲ = m \to \log_{۲}۳^{۲} + \log_{۲}۲ = ۳m \to \log_{۲}۳^{۲} = ۳m-1 \xrightarrow{\times\frac{1}{۲}} \log_{۴}۹ = \dfrac{۳m-1}{۲}$

$\xrightarrow{\times\frac{1}{۲}} \log_{۴}۳ = \dfrac{۳m-1}{۴}$

۸

$(\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^۲} \to ۳x^۲ = ۱-۲x \to ۳x^۲+۲x-۱=۰ \quad x \to -۱ ,\ \to \frac{۱}{۳}$

$\log_{۸}^{۹x+۱} \xrightarrow{x=-۱} \log_{۸}^{-۸}$ غ ق ق

$\xrightarrow{x=\frac{۱}{۳}} \log_{۸}^{۴} = \boxed{\frac{۲}{۳}}$

۹

$\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}) \to \log_{۸}^{b} = \log_{۲^۳}^{۶^۲} \Rightarrow b=۳۶$

$\log_{۱۰}^{(۳۶\times۳-۸)} = \log_{۱۰}^{۱۰۰} = \boxed{۲}$

۱۰

$\frac{۱}{\frac{b}{۴a}} = \log ۴ \to b = \frac{۴a}{\log ۴}$

$۲a = b + c \to \quad c = ۲a - b$

$c = a(۲-\frac{۴}{\log ۴}) \to \frac{c}{a} = ۲-\frac{۴}{\log ۴}$

$\frac{c}{a} = ۲ - ۲\log_{۲}^{۱۰} \Rightarrow (۲)^{-\frac{۱}{۸}\times(۲-۲\log_{۲}^{۱۰})} = ۲^{\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۱۰}-\frac{۱}{۴}} =$

$\to ۲^{-\frac{۱}{۴}} \times ۱۰^{\frac{۱}{۴}} = (\frac{۱۰}{۲})^{\frac{۱}{۴}} = \boxed{\sqrt[۴]{۵}}$