۱۸,۵

-۱

$$2x^2+y^2-4x+6y+k=0$$

باید یا منفی یا صفر باشد

$$2x^2-4x+y^2+6y+k=0 \rightarrow 2(x-1)^2-2+(y+3)^2-9+k=0 \rightarrow \underbrace{2(x-1)^2}_{\text{همواره }+}+\underbrace{(y+3)^2}_{\text{همواره }+}+(k-11)=0$$

$$k-11\leq 0 \rightarrow k\leq 11$$

۱,۷۵

$k=11$

$(1,-3)$ تک نقطه !

-۲

۵

$$a^2+4a=2a+a+2 \rightarrow a^2+a-2=0 \rightarrow a=-2 \,,\, a=1$$

اگر $a=-2 \leftarrow$

$$f(1)=1+4=5 \leftarrow f(x)=\begin{cases} x^2+4x & ; x\geq -2 \\ 2x\underbrace{\cancel{-2+2}}_{0} & ; x\leq -2 \end{cases}$$

اگر $a=1 \leftarrow$

$$f(x)=\begin{cases} x^2+4x & ; x\geq 1 \\ 2x\underbrace{+1+2}_{+3} & ; x\leq 1 \end{cases}$$

$$f(1)=1+4=5$$

$$f(1)=2+3=5$$

در هر صورت $f(1)=5$ است

-۳

۵

$$|x+1|\geq 2 \rightarrow x+1\geq 2 \text{ یا } x+1\leq -2 \rightarrow x\geq 1 \text{ یا } \underset{\sim}{x\leq -3}$$

$$\xrightarrow[\text{در را بطه ها}]{\text{جایگذاری ۳-}} 2(9)-b=a+2(-3) \rightarrow 18-b=a-6 \rightarrow 24=a+b$$

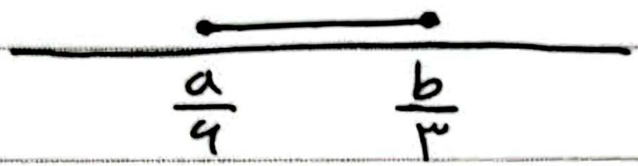
۴-

$$y=\underbrace{\sqrt{6x-a}}_{\text{برابر صفر}}+\underbrace{\sqrt{b-3x}}_{\text{برابر صفر}}$$

$$6x-a\geq 0 \rightarrow 6x\geq a \rightarrow x\geq \frac{a}{6}$$

$$b-3x\geq 0 \rightarrow b\geq 3x \rightarrow \frac{b}{3}\geq x$$

یا



یا ← دامنه یک عضو دارد پس نمودار درست این است.

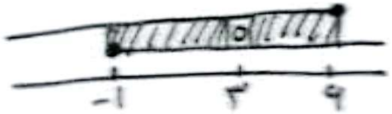
چون دامنه یک عضو دارد ←

$$\frac{a}{6}=\frac{b}{3}=2 \rightarrow b=6,\ a=12$$

$$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$$

۵ -

الف) $x+1 \geqslant 0 \to x \geqslant -1 \ , \ |x-3| \neq 0 \to x \neq 3 \ , \ \dfrac{6-x}{x^2+2x+4} \geqslant 0 \to 6-x \geqslant 0 \to 6 \geqslant x$



$(x+1)^2+3$ ← همواره + و غیر صفر

$D_R = [-1,3) \cup (3,6]$

ب) $[x]-4 \geqslant 0 \to [x] \geqslant 4 \to x \geqslant 4 \ , \ 2-[x] \geqslant 0 \to 2 \geqslant [x] \to x < 3$

$D_R = \varnothing$

۵

پرنیا امینی

۴-

الف) $\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36} \geq 0 \rightarrow (-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

-3		-2^*		2		3^*	
$+$		$-$		$-$		$+$	$+$

$x^2-x-6=0 \begin{cases} x=-2 \\ x=3 \end{cases}$

$x^4-13x^2+36=0 \xrightarrow{x^2=t} t^2-13t+36=0 \rightarrow (t-4)(t-9)=0 \begin{cases} t=4 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm 2 \\ t=9 \rightarrow x^2=9 \rightarrow x=\pm 3 \end{cases}$

ب)

$x^3-2x^2-5x+6=0 \xrightarrow{\text{حدس}} x=3 \rightarrow 27-2(9)-5(3)+6=0\ \checkmark \rightarrow$ $x-3$ بر $\rightarrow$ بخش پذیر است

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-5x+6 & x-3 \\ \cancel{-x^3}+3x^2 & \overline{x^2+x-2} \\ \hline \cancel{x^2}-5x+6 & \\ \cancel{-x^2}+3x & \\ \hline -2x+6 & \\ +2x-6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$x^3-2x^2-5x+6=(x-3)\underbrace{(x^2+x-2)}_{(x-1)(x+2)}$

$x^3+2x^2-5x-6=0 \xrightarrow{\text{حدس}} x=2 \rightarrow 8+2(2)^2-5(2)-6=0\ \checkmark \rightarrow$ $x-2$ بر بخش پذیر است

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-5x-6 & x-2 \\ \cancel{-x^3}+2x^2 & \overline{x^2+4x+3} \\ \hline \cancel{4x^2}-5x-6 & \\ \cancel{-4x^2}+8x & \\ \hline 3x-6 & \\ -3x+6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$x^3+2x^2-5x-6=\underbrace{(x^2+4x+3)}_{(x+1)(x+3)}(x-2)$

$\dfrac{(x-3)(x-1)(x+2)}{(x-2)(x+1)(x+3)} \geq 0$

-3		-2		-1		1		2		3	
$+$		$-$		$+$		$-$		$+$		$-$	$+$

$D_R: (-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

۵

Scanned with CamScanner

نیریا امینی

۷ ـ

1,۷۵

الف) $[-x]-۲\geq ۰ \to [-x]\geq ۲ \to x<-۱$ $x\leq -۲$

ب) $[x]^{۲}-۲[x]-۳\neq ۰ \xrightarrow{[x]=t} t^{۲}-۲t-۳\neq ۰ \begin{cases} \to t\neq -۱ \to [x]\neq -۱ \to ۰>x\geq -۱ & \text{نباید باشد} \\ \to t\neq ۳ \to [x]\neq ۳ \to ۴>x\geq ۳ & \text{نباید باشد} \end{cases}$

$D_R = \mathbb{R} - [۳,۴)\cup[-۱,۰) \to (-\infty,۳)\cup[۴,-۱)\cup[۰,+\infty)$

Scanned with CamScanner

-۸

الف) $y=\frac{\cot x+1}{\tan x+1} \to$ صورت $\to \cot x=\frac{\cos x}{\sin x} \to \sin x\neq 0 \to x\neq k\pi$

مخرج $\to \tan x=\frac{\sin x}{\cos x} \to \cos x\neq 0 \to x\neq \frac{\pi}{2}+k\pi$

$\tan x+1\neq 0 \to \tan x\neq -1 \to x\neq \frac{3\pi}{4}+k\pi$

۵

$D=\mathbb{R}-\{k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{3\pi}{4}+k\pi$

ب) $\sqrt{1-4\sin^2 x} \to 1-4\sin^2 x\geq 0 \to 1\geq 4\sin^2 x \to \frac{1}{4}\geq \sin^2 x \to$

$|\sin x|\leq \frac{1}{2} \to -\frac{1}{2}\leq \sin x\leq \frac{1}{2} \to x\in[k\pi+\frac{\pi}{6}]\cup[k\pi-\frac{\pi}{6}]\cup$

$\to [k\pi+\frac{7\pi}{6}]\cup[k\pi-\frac{5\pi}{6}$

-۹

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}} \to 1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\geq 0 \to 1\geq \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \to$

$\frac{1}{2}^{1}\leq x-1 \to \frac{3}{2}\leq x$

$x-1>0 \to x>1$

ب) $\frac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_{4}^{x^2-3x}} \to x^2-x\geq 0 \to x(x-1)\geq 0$

	0		1	
$+$	0	$-$	0	$+$

۵

$1-\log_{4}^{x^2-3x}\neq 0 \to \log_{4}^{x^2-3x}\neq 1 \to 4\neq x^2-3x \to x^2-3x-4\neq 0 \to$

$x\neq 4 , x\neq -1$

$-1 \quad 0 \quad 1 \quad 4 \to D=(-\infty,-1)\cup(-1,0]\cup[1,4)\cup(4,+\infty)$

-۱۰

الف) $y=\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸} \longrightarrow ۲^{۴x-x^۲}-۸\geq ۰ \longrightarrow ۲^{۴x-x^۲}\geq ۸ \longrightarrow$

$۲^{۴x-x^۲}\geq ۲^۳ \longrightarrow ۴x-x^۲\geq ۳ \longrightarrow$

$-x^۲+۴x-۳\geq ۰ \longrightarrow$
$\begin{array}{ccccc} & +۱ & & +۳ & \\ \hline - & ۰ & + & ۰ & - \end{array}$
$\longrightarrow +۱\leq x\leq +۳$

ب) $\left(\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)! \longrightarrow \frac{۳x+۵}{۲x+۴}\in W \longrightarrow ۲x+۴\neq ۰ \longrightarrow x\neq -۲$

$\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\geq ۰ \longrightarrow ۳x+۵\geq ۰ \longrightarrow ۳x\geq -۵ \longrightarrow x\geq -\frac{۵}{۳}$

$D=\left\{x \mid x=\frac{-۴k+۵}{۲k-۳}, k\in W\right\}$