Subject
Date

۴۰) ★ تألیف شماره دو ★ ترم گسستان ★ گروه یازدهم یکشنبه

$۲x^۲+y^۲-۴x+۴y+K=۰ \Rightarrow ۴x^۲-۴x+۲+y^۲+۴y+۹=۰$ ← ①

$\Rightarrow K=۱۱$ ✓ ۴

② $a^۲+۲a = ۲a+a+۲ \Rightarrow a^۲+a-۲=۰ \to a+b+c=۰$

$\to a=-۲,\ a=۱ \xrightarrow{a>۰} a=۱ \Rightarrow P(۱) = ۲\times۱ + ۱ + ۲ = ۵$ ✓ ۳

③ $|x+۱| \geq ۲ \Rightarrow x+۱ \geq ۲ \Rightarrow x \geq ۱,\quad x+۱ \leq -۲ \Rightarrow x \leq -۳$

$\xrightarrow{x=-۳} ۱۸-b = a-۹ \Rightarrow a+b=۲۴$ ✓ ۳

④

$۹x-a \geq ۰ \Rightarrow x \geq \frac{a}{۹},\quad b-۳x \geq ۰ \Rightarrow ۳x \leq b \Rightarrow x \leq \frac{b}{۳}$ ✓ ۲

$\frac{a}{۹} \leq x \leq \frac{b}{۳} \xrightarrow{x=۲} \frac{a}{۹} \leq ۲ \leq \frac{b}{۳} \Rightarrow a=۱۲,\ b=۹ \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{۱}{۲}$

⑤

الف) $y = \sqrt{\frac{x+۱}{|x-۳|}} + \sqrt{\frac{۹-x}{x^۲+۲x+۴}}$ ($x=-۱$, $x=۹$)

$\Delta<۰, a>۰ \Rightarrow$ همیشه مثبت ✓ ۵

همیشه مثبت، $x=۳$

	-۱		۳		۹	
	$-$	$+$	∄	$+$	۰	$-$
	$+$	۰	∄	$+$	۰	$-$
∩	$+$	۰	∄	$+$	۰	$-$

$\Rightarrow D_y = [-۱, ۹] - \{۳\}$

ب) $y = \sqrt{[x]-۴} + \sqrt{۲-[x]} \Rightarrow [x]-۴ \geq ۰ \to [x] \geq ۴ \Rightarrow [۴, +\infty)$ ①

$۲-[x] \geq ۰ \Rightarrow [x] \leq ۲ \Rightarrow (-\infty, ۳)$ ②

$\to ① \cap ② = D_y = \emptyset$ ✓

⑥

الف) $y = \sqrt{\frac{x^۲-x-۶}{x^۴-۱۳x^۲+۳۶}}$ $(x-۳)(x+۲)$

	-۳		-۲		۲		۳
	$+$	۰	$-$	∄	$-$	۰	$+$
	$+$	۰	$-$	∄	$+$	۰	$+$
	$+$	۰	$-$	∄	$-$	۰	$+$

$x^۲=t \Rightarrow t^۲-۱۳t+۳۶=۰ \Rightarrow (x-۴)(x-۹)$

$x^۲=۴ \to t=\pm۲$, $x^۲=۹ \to t=\pm۳$

$\Rightarrow D_y = (-\infty, -۳) \cup (۲, +\infty) - \{۳\}$ ✓

Date

ادامه:

۴

الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}} \Rightarrow 1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \leq 1 \Rightarrow x-1 \geq \frac{1}{2}$

$x-1>0 \Rightarrow x>1$ ①

$\Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$ ② $\Rightarrow Dy = ① \cap ② = [\frac{3}{2}, +\infty)$

چون پایه کوچک تر از ۱ است جهت برعکس می‌شود

ب) $y=\sqrt{\frac{x^2-x}{1-\log_4^{x^2-3x}}} \longrightarrow x=0, x=1$ ✱

$\longrightarrow 1 \neq \log_4^{x^2-3x} \Rightarrow x^2-3x \neq 4 \Rightarrow$

$x^2-3x-4 \neq 0 \rightarrow a+c=b \rightarrow x \neq -1, x \neq 4, x^2-3x>0 \Rightarrow$

$x(x-3)>0 \longrightarrow$ ✱ $\frac{0 \quad 3 \quad ①}{+\phi - \phi +}$; $\frac{0 \quad +1}{-\phi - \phi +}$ $\Rightarrow Dy = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty) - \{-1, 4\}$

۱۵

الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8} \rightarrow 2^{4x-x^2} \geq 2^3 \Rightarrow -x^2+4x-3 \geq 0 \rightarrow a+b+c=0$

$\rightarrow x=+3, x=+1 \longrightarrow \frac{+1 \quad +3}{-\phi + \phi -} \Rightarrow Dy = [1, 3]$

ب) $y=(\frac{3x+a}{2x+4})! \longrightarrow y=\frac{ax+b}{ex+f} \Rightarrow x=\frac{-fy+b}{ey-a}$

$\Rightarrow Dy = \{x \mid x = \frac{-4k+a}{2k-3}, k \in \mathbb{W}\}$

Subject

Date

ب) $y=\sqrt{\frac{x^3-2x^2-5x+4}{x^3+2x^2-5x-4}}$ → $1-2-5+4=0$ → $x=1$ ریشه‌ی مخرج

$s=-2$ ریشه‌ی دیگر

$1-5=-4+2$ → $x=-2$ ریشه‌ی مخرج نیز

ادامه ⑥

$x^3-2x^2-5x+4 \mid x-1$ / x^2-x-4 → $x=1$, $x=3$, $x=-2$

$-x^3+x^2$

$-x^2-5x+4$

$+x^2-x$

$-4x+4$

$+4x-4$

0

$x^3+2x^2-5x-4 \mid x+1$ / x^2+x-4 ⑤

$-x^3-x^2$

x^2-5x-4

$-x^2-x$

$-4x-4$

$+4x+4$

0

$x=-1$

$x=-3$

$x=2$

	-3	-2	-1	1	2	3
	+	−	+	−	+	−	+

$D_y=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,+2)\cup[3,+\infty)$

الف) $y=\sqrt{[x]-2}$ → $[-x]\geq 2$ ⑦ ✓ $D_y=(-\infty,-2]$

ب) $y=\frac{5x^2+4}{[x]^2-2[x]-3}$ → $[x]=t$ → t^2-2t-3 → $a+c=b$ ⑤

$t=+3$, $t=-1$ →

$[x]=3$ → $[3,4)$ ① , $[x]=-1$ → $[-1,0)$ ② → $D_y=①\cup②$ →

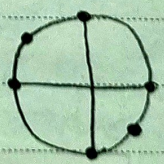
$D_y=\mathbb{R}-[-1,0)\cup[2,4)$

الف) $y=\frac{\cot x+1}{\tan x+1}$ → $y=\frac{\frac{\cos x+\sin x}{\sin x}}{\frac{\sin x+\cos x}{\cos x}}$ ⑧

$\sin x\neq 0$

$\sin x+\cos x\neq 0$ $\cos x\neq 0$ →

$\sin x\neq -\cos x$

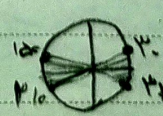


→ D_y $\mathbb{R}-\{k\pi+\frac{3\pi}{4}\}$ ⑤

$\cup$ $\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{2}\}$

ب) $y=\sqrt{1-4\sin^2 x}$ → $1-4\sin^2 x\geq 0$ → $\sin^2 x\leq \frac{1}{4}$ →

$\sin x\geq -\frac{1}{2}$, $\sin x\leq \frac{1}{2}$ →



$D_y=[\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4}]\cup[\frac{11\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$ ✓

P4PCO