۱- $2x^2+y^2-4x+6y+k=0$

$2x^2-4x+y^2+6y+k=0 \to 2(x-1)^2-2+(y+3)^2-9+k=0$

$2(x-1)^2+(y+3)^2+(k-11)=0 \to k-11\leq 0 \to k\leq 11$

$2(x-1)^2$: همواره مثبت (≥ 0) $(y+3)^2$: همواره مثبت (≥ 0) $(k-11)$: منفی یا صفر

۲- $a^2+4a=2a+a+2 \to a=\cancel{-2},\ a=1 \leftarrow 0<a$

$$f(x)=\begin{cases} x^2+4x & \text{if } x\geq 1 \\ 2x+\underbrace{1+2}_{3} & \text{if } x<1 \end{cases} \to \left.\begin{array}{l} f(1)=1+4=5 \\ f(1)=2+3=5 \end{array}\right\} f(1)=5$$

۳- $|x+1|\geq 2 \to x+1\geq 2$ یا $x+1\leq -2 \to x\geq 1$ یا $x\leq -3$

از آنجایی که $x\leq -3$ و دامنه‌ی ضابطه دوم عضو مشترک $(-3,2)$ دارند پس $x\leq -3$ را در نظر میگیریم:

$2(9)-b=a+2(-3) \to 18-b=a-6 \to a+b=24$

۴- $y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x}$

$6x-a\geq 0 \to x\geq \frac{a}{6}$ $b-3x\geq 0 \to x\leq \frac{b}{3}$

دامنه تک‌نقطه‌ای است $\to \frac{a}{6}=\frac{b}{3}=2 \to a=12,\ b=6$

$\frac{b}{a}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

۵- الف) $y=\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\frac{6-x}{x^2+2x+4}} \to x$

$x-3\neq 0 \to x\neq 3$ $x+1\geq 0 \to x\geq -1$

$x^2+2x+4\neq 0 \to$ همواره مثبت و غیر صفر $6-x\geq 0 \to x\leq 6$

$D=[-1,3)\cup(3,6]$

احمد حارثی

ب) $\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]}$

$[x]-4\geqslant 0 \to [x]\geqslant 4 \to x\geqslant 4$

$2-[x]\geqslant 0 \to [x]\leqslant 2 \to x<3$

$D=[-\infty,3)\cup[4,+\infty)$

۶- الف) $\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}}$ $\to \dfrac{(x-3)(x+2)}{(x^2-9)(x^2-4)}$

$x^2-9\neq 0 \to x^2\neq 9 \quad x\neq \pm 3 \quad x^2-4\neq 0 \quad x^2\neq 4 \quad x\neq \pm 2$

-3	-2	2	3	
+	−	−	+	+

$D=(-\infty,3)\cup(2,+\infty)$

ب) $\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}}$

$x^3-2x^2-5x-6 \xrightarrow{\text{آزمایش و احتمال}} x=3 \to$ بر $x-3$ بخش پذیر است

$x^3-2x^2-5x-6 \to (x-3)(x^2+x-2) \to (x-3)(x+2)(x-1)$

$x^3+2x^2-5x-6 \xrightarrow{\text{آزمایش و احتمال}} x=2 \to$ بر $x-2$ بخش پذیر است

$x^3+2x^2-5x-6 \to (x-2)(x^2+4x+3) \to (x-2)(x+1)(x+3)$

$\dfrac{(x-3)(x+2)(x-1)}{(x+3)(x-2)(x+1)}\geqslant 0$

-3	-2	-1	1	2	3	
+	−	+	−	+	−	+

$D=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

۷- الف) $y=\sqrt{[-x]-2} \to [-x]-2\geqslant 0 \to [-x]\geqslant 2$

$D \Rightarrow x<-1$

ب) $y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3} \to ([x]-3)([x]+1)$

$D=\mathbb{R}-[3,4)\cup[-1,0)$

$[x]-3\neq 0 \to [x]\neq 3 \to x\neq[3,4) \quad [x]+1\neq 0 \quad [x]\neq -1$

$x\neq[-1,0)$

امیرمحمد ارژنگی

/ /

۸- الف) $y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}$ $\rightarrow \tan x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ تعریف نمی‌شود

$\rightarrow \cot x=k\pi$ تعریف نمی‌شود

$\tan x+1\neq 0 \quad \tan x\neq -1 \rightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$

$D=\mathbb{R}-\{\frac{\pi}{2}+k\pi , k\pi , -\frac{\pi}{4}+k\pi\}$

$D=\mathbb{R}-\{180, 270, 135, 90, 360, 0$

ب) $\sqrt{1-4\sin^2 x} \rightarrow 1-4\sin^2 x\geqslant 0 \rightarrow \sin^2 x\leqslant \frac{1}{4}$

$|\sin x|\leqslant\frac{1}{2} \rightarrow \sin x=\frac{1}{2} \rightarrow x=\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

$\sin x=-\frac{1}{2} \rightarrow x=\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

$D=[k\pi+\frac{\pi}{6}]\cup[k\pi-\frac{\pi}{6}]\cup[k\pi+\frac{7\pi}{6}]\cup[k\pi-\frac{5\pi}{6}]$

۹- الف) $y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$

$1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\geqslant 0 \quad \log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\leqslant 1$

$x-1>0 \rightarrow x>1$ ①

$\frac{1}{2}\leqslant x-1 \quad x\geqslant\frac{3}{2}$ ② $\quad$ ①∩② $D\rightarrow x\geqslant\frac{3}{2}$

ب) $\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}} \rightarrow x^2-x\geqslant 0 \quad x(x-1)\geqslant 0$

$x\geqslant 0 \quad x\geqslant 1$

$1-\log_4^{x^2-3x}\neq 0 \quad \log_4^{x^2-3x}\neq 1 \quad x\neq -1$

$x^2-3x>0 \rightarrow x(x-3)>0 \rightarrow x>0 \quad x-3>0 \quad x>3$

$4\neq x^2-3x \rightarrow x(x-3)\neq 4 \rightarrow x\neq 4$

$D=(-\infty,-1)\cup(-1,0]\cup[1,4)\cup(4,+\infty)$

/ /

احمد مارانی

۱) الف) $\sqrt{2^{4x-x^2}-8} \rightarrow 2^{4x-x^2}-8 \geq 0$

$2^{4x-x^2} \geq \underset{2^3}{8} \rightarrow 4x-x^2 \geq 3 \rightarrow x^2-4x+3 \leq 0$

$D=(0,3] \quad \frac{1}{4}-2+3$

ب) $\left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)! \quad \frac{3x+5}{2x+4} \in W \rightarrow \frac{3x+5}{2x+4} \geq 0$

$2x+4 \neq 0 \rightarrow 2x \neq -4 \rightarrow x \neq -2$

$D =$ اعداد صحیح $\mathbb{R}-\{-2\}$