ملیکا محمد حسینی

(۱) ۱۴/۲۵

$$۲x^۲+y^۲-۴x+۶y+k=۰ \quad x\to ۲x^۲-۴x=۲(x^۲-۲x)$$

$$y\to y^۲+۶y=(y+۳)^۲-۹ \qquad ۲((x-۱)^۲-۱)=۲(x-۱)^۲-۲$$

$$۲(x-۱)^۲-۲+(y+۳)^۲-۹+k=۰ \qquad k<۱۱$$

برای اینکه تابع ناتهی است $k>۱۱$ اگر کوچکتر بود

$۱/۷۵$

$$۲(x-۱)^۲+(y+۳)^۲+(-۱۱+k)=۰\to ۲(x-۱)^۲+(y+۳)^۲=۱۱-k$$

$k=۱۱ \leftarrow (۱,-۳)$ تابع تک نقطه

---

(۲)

$$f(x)=\begin{cases}x^۲+۴x & x\geq a\\ ۲x+a+۲ & x<a\end{cases} \qquad x=a \qquad a>۰$$

غ ق ق $a=-۲$

طبق این $\boxed{a=۱}$

$$\xrightarrow{x=a} a^۲+۴a=۲a+a+۲\to a^۲+۴a=۳a+۲\to a^۲+a-۲=۰\to(a+۲)(a-۱)$$

$x\geq ۱\longrightarrow f(۱)=۱^۲+۴(۱)=۵$ ضابطه اول $f(۱)\to ۲(۱)+۱+۲=۵\to$ ضابطه دوم

$$f(۱)=۵\longleftarrow$$

---

(۳)

$$f(x)=\begin{cases}۲x^۲-b\\ a+۲x\end{cases} \qquad |x+۱|\geq ۲\begin{cases}x\geq ۱\\ x\leq -۳\end{cases} \qquad a+b=?$$

$$-۳\leq x\leq -۱$$

چون باید رابطه تابع باشد پس باید از (-۳) پیروی کند

$$f(-۳)=۲(-۳)^۲-b=۱۸-b$$

$$f(-۳)=a+۲(-۳)\Rightarrow a-۶ \longrightarrow ۱۸-b=a-۶\longrightarrow \boxed{a+b=۲۴}\longleftarrow$$

---

(۴)

$$y=\sqrt{۶x-a}+\sqrt{b-۳x} \qquad x=۲ \qquad \frac{b}{a}=?$$

دامنه $=\{۲\}$

$$۶x-a\geq ۰\to ۶x\geq a\to x\geq \frac{a}{۶} \qquad b-۳x\geq ۰\to b\geq ۳x\to \frac{b}{۳}\geq x$$

$$\frac{a}{۶}\leq x\leq \frac{b}{۳} \qquad \frac{a}{۶}=۲ \quad \frac{b}{۳}=۲ \qquad \frac{b}{a}\Rightarrow \frac{۶}{۱۲}=\frac{۳}{۶}=\boxed{\frac{۱}{۲}}\longleftarrow$$

$$a=۱۲ \qquad b=۶$$

---

(۵) الف

$$y=\sqrt{\frac{x+۱}{|x-۳|}}+\sqrt{\frac{۶-x}{x^۲+۲x+۴}}\to\frac{x+۱}{|x-۳|}\geq ۰ \begin{cases}x+۱\geq ۰\to x\geq -۱\\ |x-۳|>۰\to x\neq ۳\end{cases}$$

$$\to \frac{۶-x}{x^۲+۲x+۴}\geq ۰\to ۶-x\geq ۰\to ۶\geq x$$

$$-۱\leq x\leq ۶ \qquad x\neq ۳ \longrightarrow D_y=[-۱,۳)\cup(۳,۶]\longleftarrow$$

ب

$$y=\sqrt{[x]-۴}+\sqrt{۲-[x]}$$

$$[x]-۴\geq ۰\to [x]\geq ۴ \qquad D_y=\{\varnothing\}\longleftarrow$$

$$۲-[x]\geq ۰\to ۲\geq [x]$$

ملیکا محمدحسینی

۶) الف

$y=\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \longrightarrow \dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}\geq 0 \longrightarrow x^4-13x^2+36\neq 0$

۱,۷۵

$x^2-x-6=(x-3)(x+2)$

$x^4-13x^2+36=(x^2-9)(x^2-4) \longrightarrow (x-3)(x+3)(x+2)(x-2)$

$\dfrac{\cancel{(x-3)}\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x-3)}(x+3)(x-2)\cancel{(x+2)}}=\dfrac{1}{(x+3)(x-2)}\geq 0 \longrightarrow x<-3 \quad x>2 \longrightarrow x\neq -2,3$

$\longrightarrow D_y=(-\infty,-3)\cup(2,+3)\cup(3,+\infty)$

ب

$y=\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}} \longrightarrow \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}\geq 0$

$0\neq \longleftarrow x^3+2x^2-5x-6 \xrightarrow{\div x+1} (x+1)(x+3)(x-2)$

صورت $=(x^3-2x^2)-(5x-6) \longrightarrow x^2(x-2)-(5x-6) \longrightarrow (x-1)(x-3)(x-2)$

مخرج $=(x^3+2x^2)-(5x+6) \longrightarrow (x-2)(x+1)(x+3) \longrightarrow x\neq 2,-1,-3$

$D_y=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup(\cancel{2,3})\cup(3,+\infty) \longleftarrow$ $[1,2)$

۷) الف

$y=\sqrt{[-x]-2} \longrightarrow [-x]-2\geq 0 \longrightarrow [-x]\geq 2 \longrightarrow x\leq -2 \longrightarrow D_y=(-\infty,-2]$

ب

۱,۷۵

$y=\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3} \longrightarrow [x]^2-2[x]-3 \longrightarrow ([x]-3)([x]+1)$

این بازه ها ممنوع اند $\longleftarrow [x]=3 \longrightarrow 3\leq x<4$ $\quad [x]=-1 \quad -1\leq x<0$

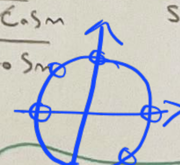
$D_y=(-\infty,-1)\cup(-1,3)\cup[4,+\infty)$ $\longleftarrow D=R-\{[3,4),[-1,0)\}$

۸) الف

$y=\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1} \longrightarrow \dfrac{\frac{\cos x}{\sin x}+1}{\frac{\sin x}{\cos x}+1}=\dfrac{\frac{\cancel{\cos x+\sin x}}{\sin x}}{\frac{\cancel{\sin x+\cos x}}{\cos x}}=\dfrac{\cos x}{\sin x}=\cot x$

۱

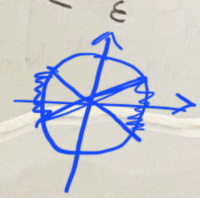
$D_y=x\in R-\{n\pi-\frac{\pi}{4},\frac{n\pi}{2}\mid n\in Z\} \longleftarrow$



ب

$y=\sqrt{1-4\sin^2 x} \longrightarrow 1-4\sin^2 x\geq 0 \longrightarrow 1\geq 4\sin^2 x \longrightarrow \sin^2 x\leq \frac{1}{4}$

$|\sin x|\leq \frac{1}{2} \longrightarrow -\frac{1}{2}\leq \sin x\leq \frac{1}{2} \longrightarrow x\in[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}]$



$D_y=x\in(K\in Z)\mid 2K\pi-\frac{\pi}{6},2\pi K+\frac{\pi}{6}\} \longleftarrow$

۹) الف

$y=\sqrt{1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}} \longrightarrow 1-\log_{\frac{1}{2}}^{x-1}\geq 0 \longrightarrow 1\geq \log^{(x-1)}_{(\frac{1}{2})<1}\geq\frac{1}{2} \longrightarrow x\geq\frac{3}{2} \to D_y=[\frac{3}{2},\infty)$

۱

$y=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}}$?

$1-\log_4^{x^2-3x}\neq 0 \longrightarrow x=-1,4$

۱۰) الف $D=[1,3]$

۱

$y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8}\geq 0 \longrightarrow 2^{4x-x^2}\geq 2^3 \longrightarrow 4x-x^2\geq 3 \longrightarrow x^2-4x+3\leq 0 \longrightarrow \frac{4\pm 2}{2}=1,3$

۱۰) ب)

$$y=\left(\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)! \longrightarrow ۲x+۴\neq ۰ \longrightarrow x\neq -۲$$

$$\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\in \overset{M}{\mathbb{Z}\geq ۰} \longrightarrow ۳x+۵=M(۲x+۴)$$

$$۳x+۵=۲Mx+۴M \longrightarrow x(۳-۲M)=۴M-۵$$

$$\frac{۴M-۵}{۳-۲M}\neq -۲ \longrightarrow ۴M-۵\neq -۲(۳-۲M)=-۶+۴M \quad \boxed{M\neq \frac{۳}{۲}}$$

$$-۶+\cancel{۴M}\neq \cancel{۴M}-۵ \longrightarrow -۵\neq -۶$$

M	۰	۱	۲	۳
x	$-\frac{۵}{۴}$	-۱	-۳	$-\frac{۷}{۳}$

$$D_y = x\in\left\{-\frac{۵}{۴}, -۱, -۳, \dots\right\}$$

$$\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\in W \longrightarrow x\in -\frac{۴W-۵}{۲W-۳} \longrightarrow D=\left\{x \mid x=\frac{-۴k+۵}{۲k-۳},\ k\in W\right\}$$