یازدهم دختر ۸ — توابع و خواص آنها — ۱۴/۲۵ — سانیا هادیان

۱- $۲x^۲+y^۲-۴x+۶y+k=۰ \xrightarrow{\text{انتقال دو طرف}} ۲x^۲+y^۲-۴x+۶y=-k \xrightarrow{+۱۱} ۲x^۲+y^۲-۴x+۶y+۲+۹=-k+۱۱$

$\Rightarrow ۲(x-۱)^۲+(y+۳)^۲=-k+۱۱ \Rightarrow x=۱$ و $y=-۳ \Rightarrow ۰+۰=-k+۱۱ \Rightarrow \boxed{k=۱۱}$

✓ ۲

۲- درصورتی تابع است که $x=a$ ی فقط یک y دارا باشد:

$a^۲+۴a=۲a+a+۲ \to a^۲+a-۲=۰$

$\frac{-b\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a}=\frac{-۱+۳}{۲}, \frac{-۱-۳}{۲}=-۲, ۱ \xrightarrow{a>۰} a=۱$

$x^۲-۴x \; ; \; x\geq ۱ \Rightarrow ۱+f(۱)=\boxed{۵}$

✓ ۲

۳- $|x+۱|\geq ۲ \to x+۱\geq ۲ \Rightarrow x\geq ۱$

$x+۱\leq -۲ \Rightarrow x\leq -۳$

$\left.\begin{array}{l} a+۲(-۳)=a-۶ \\ ۲(-۳)^۲-b=۱۸-b \end{array}\right\}$ برابرند $\Rightarrow a-۶=۱۸-b$

$\boxed{a+b=۲۴}$

✓ ۲

۴- $۶x-a\geq ۰ \to a\leq ۶x \to \frac{a}{۶}\leq x$

$b-۳x\geq ۰ \to b\geq ۳x \to \frac{b}{۳}\geq x$

$\frac{a}{۶}\leq x\leq \frac{b}{۳} \Rightarrow \frac{a}{۶}\leq ۲\leq \frac{b}{۳}$

$a=۱۲ \quad b=۶$

$\frac{b}{a}=\frac{۶}{۱۲}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$

✓ ۲

۵- الف) $\frac{x+۱}{|x-۳|}\geq ۰$ $x=-۱$, $x=۳$ | -۱ | ۳ |: $-$ ۰ $+$ ✱ $+$ $\frac{۶-x}{x^۲+۲x+۴}\geq ۰$ مثبت | ۶ |: $+$ ۰ $-$

$[-۱,۳)\cup(۳,+\infty)\cap(-\infty,۶] \Rightarrow [-۱,۶]-\{۳\}$

ب) $[x]-۴\geq ۰ \to x\in[۴,+\infty)$

$۲-[x]\geq ۰ \to x\in(-\infty,۳)$ $\xrightarrow{\cap} \varnothing$ دامنه تابع تهی

✓ ✓ ۲

۶- الف) $\frac{(x-۳)(x+۲)}{(x-۳)(x+۳)(x-۲)(x+۲)}\geq ۰$ ✓

$$\begin{array}{c|c|c|c|c}
 & -۳ & -۲ & ۲ & ۳ \\ \hline
+ & - & - & + & +
\end{array}$$

$\Rightarrow (-\infty,-۳)\cup(۲,۳)\cup(۳,+\infty)$

ب) $\frac{(x-۱)(x-۳)(x+۲)}{(x+۱)(x+۳)(x-۲)}\geq ۰$ ✓ ۲

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c}
 & -۳ & -۲ & -۱ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline
+ & - & + & - & + & - & +
\end{array}$$

$\Rightarrow (-\infty,-۳)\cup[-۲,-۱)\cup[۱,۲)\cup[۳,+\infty)$

۷- الف) $[x]-۲\geq ۰ \longrightarrow [-x]\geq ۲ \rightarrow x\in(-\infty,۱)$ $x\leq -۲ \rightarrow D=(-\infty,-۲]$

۱,۲۵

ب) $([x]-۳)([x]+۱)$

$R-[-۳,۴)$

$\mathbb{R}-[۳,۴)$

$R-[-۱,۰)$

$\Rightarrow (-\infty,-۳)\cup[۴,+\infty)$

$D=\mathbb{R}-\{[۳,۴),[-۱,۰)\}$

صورت جواب ندارد

۸- الف) $\cot x \longrightarrow k\pi$ تعریف نشده

$\tan x \longrightarrow k\pi+\frac{\pi}{۲}$ تعریف نشده

$\tan x+۱\neq ۰ \longrightarrow k\pi+\frac{\pi}{۴}=\tan x-۱$

$\Rightarrow R-\{k\pi, k\pi+\frac{\pi}{۲}, k\pi+\frac{\pi}{۴}\}$ ✓

۲

ب) $۱-۴\sin^۲x\geq ۰ \longrightarrow ۱\geq ۴\sin^۲x \rightarrow \frac{۱}{۴}\geq\sin^۲x \rightarrow \frac{۱}{۲}\geq|\sin x| \Rightarrow \frac{۱}{۲}\geq\sin x$

$-\frac{۱}{۲}\leq\sin x$ ✓

$R-[۲k\pi-\frac{\pi}{۶}, ۲k\pi+\frac{\pi}{۶}]\cup[۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶}, ۲k\pi+\frac{۷\pi}{۶}]$

۹- الف) $۱-\log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱}\geq ۰$ ✓ $\Rightarrow$ $x-۱>۰ \rightarrow x>۱$

$\log_{\frac{۱}{۲}}^{x-۱} \rightarrow x\leq\frac{۳}{۲} \longrightarrow x\geq\frac{۳}{۲}$ ؟ $[\frac{۳}{۲},+\infty)$

۲

ب) $x(x-۱)\geq ۰ \longrightarrow$

$$\begin{array}{c|c|c}
 & ۰ & ۱ \\ \hline
+ & - & +
\end{array}$$

$\Rightarrow (-\infty,۰]\cup[۱,+\infty)$

$x^۲-۳x\geq ۰ \rightarrow x(x-۳)\geq ۰$ ✓

$$\begin{array}{c|c|c}
 & ۰ & ۳ \\ \hline
+ & - & +
\end{array}$$

$\Rightarrow (-\infty,۰]\cup[۳,+\infty)$

$x^۲-۳x\neq ۴ \Rightarrow x\neq ۴,-۱$

$\cap\ (-\infty,۰]\cup[۳,+\infty)-\{۴,-۱\}$

۱۰- الف) $۲^{۴x-x^۲}-۸\geq ۰$ ✓ $\Rightarrow ۲^{۴x-x^۲}\geq ۸ \Rightarrow ۴x-x^۲\geq ۳ \rightarrow ۰\geq x^۲-۴x+۳$

$$\begin{array}{c|c|c}
 & ۱ & ۳ \\ \hline
+ & - & +
\end{array}$$

$\Rightarrow [۱,۳]$

ب) $\frac{۳x+۵}{۲x+۴}\in W \Rightarrow ۳x+۵=۲xw+۴w \Rightarrow ۳x-۲xw=۴w-۵$ ✓ ۲

$x(۳-۲w)=۴w-۵$

$x=\frac{۴w-۵}{۳-۲w} \Rightarrow \{x \mid x=\frac{۴k-۵}{۳-۲k}, k\in W$