حسابان، یازدهم، نمونه A، شماره ۲

۱) $2x^2-4x+\overset{\to 2}{a}+y^2+6y+\overset{\to 9}{b} \rightarrow 2+9=11=k$

$2(x-1)^2+(y+3)^2$

---

۲) $f(x)=\begin{cases} a^2+4x & ; x\geq a \\ 2x+a+2 & ; x<a \end{cases} \xrightarrow{x=a} a^2+4a=2a+a+2$

$a^2+a-2=0 \rightarrow 1$ قق

$\rightarrow -2$ ✗

۰/۵ [illegible]

$f(1): (1)^2+4(1)=5$

$2(1)+1+2=$

۱ حساب کرد

---

۳) $f(x)=\begin{cases} 2x^2-b & ; |x+1|\geq 2 \\ a+2x & ; -3<x<1 \end{cases}$ $\rightarrow x+1\geq 2$

$\rightarrow x+1\leq -2 \rightarrow x\leq -3$

$x=-3 \rightarrow 2x^2-b=a+2x$

$18-b=a-6$

$18+6=a+b=\boxed{24}$

---

۴) $6x-a\geq 0 \rightarrow x\geq a/6$

$b-3x\geq 0 \rightarrow x\leq b/3$

$\rightarrow b/3=a/6=2 \Rightarrow b=6$

$a=12 \rightarrow \boxed{b/a=1/2}$

---

۵) الف) $\sqrt{\dfrac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\dfrac{6-x}{x^2+2x+4}}$

$\dfrac{x+1}{|x-3|}\geq 0$ $\quad \begin{array}{c} -1 \quad 3 \\ \hline - \mid + \mid + \end{array}$ $\quad [-1,+\infty)-\{3\}$

۰/۲۵ [illegible]

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} [-1,6]-\{3\}$ ۱

$\dfrac{6-x}{x^2+2x+4} \rightarrow$ $\quad \begin{array}{c} 6 \\ \hline + \mid - \end{array}$ $\quad (-\infty,6]$

$\rightarrow \Delta<0$

همیشه مثبت ۰/۲۵

ب) $\sqrt{[x]-4} + \sqrt{2-[x]}$

$[x] \geq 4 \to [4, +\infty)$ → چون اشتراک ندارد ∅

$[x] < 2 \to (-\infty, 2)$

---

۴) الف) $\sqrt{\dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \to \dfrac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36} \geq 0$

$x^2 = t$

$t^2 - 13t + 36 = (t-4)(t-9)$ → $x = \pm 3$, $x = \pm 2$

-3	-2	2	3
$+$ ∘ $-$	∘ $-$	∘ $+$	∘ $+$

$(-\infty, -3) \cup (2, +\infty) - \{3\}$

$x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$ → -2 , 3

ب) $\sqrt{\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}} \to \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6} \geq 0 \to \dfrac{(x-1)(x+2)(x-3)}{(x+1)(x-2)(x+3)}$

مجموع ضرایب برابر صفره: بر $x-1$ بخش‌پذیر است

$$\begin{array}{r|l} x^3-2x^2-5x+6 & x-1 \\ -(x^3-x^2) & \hline x^2-x-6 \\ \hline -x^2-5x & \underbrace{\quad\quad}_{(x+2)(x-3)} \\ -(-x^2+x) & \\ \hline -6x+6 & \\ -(-6x+6) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

مجموع ضرایب توان فرد برابر مجموع ضرایب توان زوج: بر $x+1$ بخش‌پذیر است

$$\begin{array}{r|l} x^3+2x^2-5x-6 & x+1 \\ -(x^3+x^2) & \hline x^2+x-6 \\ \hline x^2-5x & \underbrace{\quad\quad}_{(x-2)(x+3)} \\ -(x^2+x) & \\ \hline -6x-6 & \\ -(-6x-6) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

-3	-2	-1	1	2	3
$+$ ∘ $-$	• $+$	∘ $-$	• $+$	∘ $-$	• $+$

$(-\infty, -3) \cup [-2, -1) \cup [1, 2) \cup [3, +\infty)$

جواب

۷) الف $\sqrt{[-x]-2} \to [-x] \geq 2 \to (-\infty , -2]$

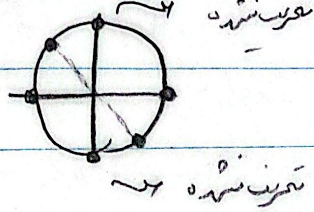
ب) $\dfrac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3} \to ([x]+1)([x]-3) \neq 0$

$[x] \neq -1 \Rightarrow \overset{\mathbb{R}-}{[-1,0)}$ $[x] \neq 3 \Rightarrow \mathbb{R}-[3,4)$

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} \mathbb{R} - ([3,4) \cup [-1,0))$

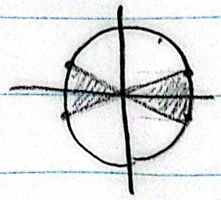
---

۸) الف) $\dfrac{\cot x+1}{\tan+1} \to \tan x \neq -1$, $\to \sin x \neq 0$



$D_f = \mathbb{R} - \{k\pi/2 , k\pi - \pi/4\}$

ب) $\sqrt{1-4\sin^2} \to 1-4\sin^2 \geq 0 \to \cancel{4}\sin^2 \leq 1/4 \to -1/2 \leq \sin \leq 1/2$



$[k\pi - \pi/6 , k\pi + \pi/6]$

---

۹) الف) $\sqrt{1-\log_{1/2}^{x-1}} \to 1-\log_{1/2}^{x-1} \geq 0 \to \log_{1/2}^{x-1} \leq 1$

$x-1>0 \to x>1$

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = [3/2 , +\infty)$

$x-1 \geq 1/2 \to x \geq 3/2$

ب) $\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{1-\log_4^{x^2-3x}} \to x^2-x \geq 0 \to x(x-1) \geq 0$ $\begin{array}{ccccc} & 0 & & 1 & \\ + & & - & & + \end{array}$ $(-\infty,0] \cup [1,+\infty)$

$\to 1-\log_4^{x^2-3x} \neq 0 \to \log_4^{x^2-3x} \neq 1$

$x^2-3x \to x(x-3)>0$ $\begin{array}{ccccc} & 0 & & 3 & \\ + & & - & & + \end{array}$

$(-\infty,0) \cup (3,+\infty)$

$x^2-3x \neq 4 \to x^2-3x-4 \neq 0 \to (x+1)(x-4) \neq 0 \to x \neq 4,-1$

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} (-\infty,0) \cup (3,+\infty) - \{4,-1\}$

۱) الف) $y=\sqrt{2^{4x-x^2}-8} \to 2^{4x-x^2}-8\geq 0 \to 2^{4x-x^2}\geq 2^3$

$4x-x^2\geq 3 \to x^2-4x+3\leq 0 \to (x-1)(x-3)\leq 0$

x		1		3	
	+	0	−	0	+

$D_f=[1,3]$

ب) $y=\left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)! \to \frac{3x+5}{2x+4}\in W \xrightarrow{\text{تست ص ۳۰}} x\in -\frac{4W-5}{2W-3}$

$\to x\in \frac{5-4W}{2W-3} \to D_f=\left\{x \mid x=\frac{5-4k}{2k-3}, k\in W\right\}$