نام و نام خانوادگی ..نازنین کریمی........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۹.. کلاس .یازدهم دختر A.......

۱

$\beta = ۳\alpha$

$\alpha + \beta = \alpha$

$\alpha \cdot \beta = \frac{۴}{۳}$

$۳\alpha^۲ = \frac{۴}{۳}$

$$\alpha^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۲}{۳} \cdot \beta = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \beta = ۲ \\ \alpha = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow -\frac{۲}{۳} \cdot \beta = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \beta = -۲ \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} \alpha + \beta = \frac{۸}{۳} \\ \alpha + \beta = -\frac{۸}{۳} \end{array}\right] \Rightarrow \alpha = \pm ۸ \Rightarrow |۸ - (-۸)| = \boxed{۱۶}$$

۲

$$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵ \Rightarrow \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۵ \Rightarrow \frac{m+۱۴}{۳۶} + \overset{\frac{۱۲}{۳۶}}{\frac{۱}{۳}} = \frac{۲۵}{۳۶}$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^۲ = \alpha + \beta + ۲\sqrt{\alpha\beta} \Rightarrow \boxed{\frac{m+۱۴}{۳۶} + \frac{۱}{۳}} \qquad \frac{m+۱۴}{\cancel{۳۶}} = \frac{۱۳}{\cancel{۳۶}} \Rightarrow m + ۱۴ = ۱۳$$

$$\boxed{m = -۱}$$

$$-۱x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲} \Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها}$$

۳

در معادلهٔ درجهٔ ۳ به جای x یا ۱ و یا ۱- می‌گذاریم. اگر یکی از ریشه‌ها ۱ باشد، ریشهٔ دیگری طبق $\alpha + \beta = -۱$ برابر با ۵ است که غیرقابل قبول است، چون $\alpha.\beta = -۲$. اما اگر یکی از ریشه‌ها ۱- باشد دیگری ۲ است و قابل قبول است. درصورتی که یک ریشهٔ معادلهٔ درجهٔ ۳، ۱- باشد، داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = -۱ \\ \beta = ۲ \end{array}\right\} \Rightarrow ۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰ \Rightarrow ۴ - ۹ = k - ۲ \Rightarrow \boxed{k = -۳}$$

۴

$$\Delta = ۳۶ - ۴a \rightarrow \frac{-۶ \pm \sqrt{۳۶ - ۴a}}{۲} = \begin{cases} -۳ + \sqrt{۹-a} \\ -۳ - \sqrt{۹-a} \end{cases} \Rightarrow ۳(-۳ + \sqrt{۹-a})^۲ + ۲(-۳ - \sqrt{۹-a})^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$۲۷ + ۲۷ - ۳a - ۱۸\sqrt{۹-a} + ۱۸ + ۱۸ - ۲a + ۱۲\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$۹۰ - ۵a - ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \Rightarrow -۵a - ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۵} - ۵$$

$$\boxed{a = ۱}$$

۵

$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰$

$t^۲ - ۷t - ۵ = ۰$

$S = ۷$

$P = -۵$

$$۲P^۲ - ۳SP + ۲S \Rightarrow ۲(-۵)^۲ - ۳(۷)(-۵) + ۲(۷) =$$

$$۵۰ + ۱۰۵ + ۱۴ = \boxed{۱۶۹}$$

۶	$\alpha' = \alpha + \frac{1}{۲}$ $\beta' = \beta + \frac{1}{۲}$ $\alpha' + \beta' = \overset{-\frac{1}{۲}}{(\alpha+\beta)} + ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{a=۱}$ $\alpha' \cdot \beta' = \frac{۱}{۴} + \alpha\beta + (\alpha+\beta)\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴} - ۳ - \frac{۱}{۴} = -۳$ $\frac{b}{۲} = -۳ \Rightarrow \boxed{b=-۶}$ $\left[\frac{a \cdot b}{۴}\right] \Rightarrow \left[\frac{-۶}{۴}\right] = \boxed{-۲}$
۷	$\alpha + \beta = ۱ \Rightarrow \beta = ۱ - \alpha \Rightarrow ۴۰(۱-\alpha)^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰(۱-\alpha) = ۱۷$ $\alpha \cdot \beta = \frac{-b}{a}$ $۶۰\alpha^۲ - ۶۰\alpha + ۲۰ - ۱۷ = ۰$ $\boxed{۲۰\alpha^۲ - ۲۰\alpha + ۱ = ۰} \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} a = ۲۰ \\ b = -۱ \end{matrix}}$ $۲۰\alpha^۲ - ۲۰\alpha + ۱ = ۰ \Rightarrow \lvert \alpha - \beta \rvert = \frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a \rvert} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳۲۰}}{۲۰} = \frac{\sqrt{۲۰ \times ۱۶}}{۲۰} \Rightarrow \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$
۸	$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰ \xrightarrow{s = a+۱} \boxed{s=۴}$ $x_۱ = ۱$ $x_۲ = \frac{c}{a} \Rightarrow ۳ \Rightarrow \boxed{a=۳}$ $x^۲ - ۴x + ۳ = ۰$ $(x-۱)(x-۳) = ۰ \Rightarrow x \begin{cases} ① \\ ③ \end{cases}$ $x^۲ - ۱۰x + b = ۰$ $\begin{matrix} \alpha \\ \alpha+۲ \end{matrix} \Big\{ ۲\alpha + ۲ = ۱۰ \Rightarrow \begin{matrix} \alpha = ④ \\ \alpha + ۲ = ⑥ \end{matrix}$ ضرب اختلاف ریشه‌ها $\Rightarrow (۳-۱)(۶-۴) = ④$
۹	$\alpha^۲ + \beta^۲ = s^۲ - ۲p \Rightarrow (-۱)^۲ - ۲(-m^۲ - ۱) \Rightarrow ۱ + ۲m^۲ + ۲ \Rightarrow$ $x^۲ + x - ۱ - m^۲ = ۰$ $۲m^۲ + ۳ \Rightarrow$ کمترین مقدار $\Rightarrow \frac{-\Delta}{۴a} \Rightarrow \Delta = -۲۴$ $s = -۱$ $-\frac{\Delta}{۴a} = \frac{۲۴}{۸} \Rightarrow \boxed{۳}$ $p = -m^۲ - ۱$
۱۰	$\alpha^۲ + \beta^۲ = ۵ \rightarrow s^۲ - ۲p = ۵$ $y = ax^۲ + bx + c$ $۹a + ۳b + c = ۲۵a - ۵b + c$ $۸b = ۱۶a \Rightarrow b = ۲a$ $\frac{-b}{۲a} = -۱$ $\frac{\Delta}{۴a} = ۱$ $y = a(x+۱)^۲ + ۱ \Rightarrow y = ax^۲ + ۲ax + a + ۱$ $s^۲ - ۲p = ۵ \Rightarrow +۴ - ۲\left(\frac{a+۱}{a}\right) = ۵$ $-۲\left(\frac{a+۱}{a}\right) = ۱ \Rightarrow a + ۱ = -\frac{۱}{۲}a \Rightarrow \boxed{a = \frac{-۲}{۳}}$ $c = a + ۱ \Rightarrow \boxed{c = \frac{۱}{۳}}$ عرض از مبدأ