نام و نام خانوادگی: کیمیا رجبی　　شماره پاسخنامه: ۱۹　　گروه یازدهم دختر A

①

$۳x^۲ - ax + ۴ = ۰$

$\left.\begin{array}{l} x_۱ = \alpha \\ x_۲ = ۳\alpha \end{array}\right\} \longrightarrow P = ۳\alpha^۲ = \frac{۴}{۳} \longrightarrow \alpha^۲ = \frac{۴}{۹} \to \alpha = \pm\frac{۲}{۳}$

$\alpha = \frac{۲}{۳} \to ۳\times\frac{۴}{۹} - \frac{۲}{۳}a + ۴ = \frac{\cancel{۱۲+۳۶}}{\cancel{۹}} = \frac{\cancel{۲}}{\cancel{۳}}a \to a = ۸$

$\alpha = -\frac{۲}{۳} \to ۳\times\frac{۴}{۹} + \frac{۲}{۳}a + ۴ = \frac{۲۴}{\cancel{۹}} = -\frac{\cancel{۲}}{\cancel{۳}}a \Rightarrow a = -۸$

$\xrightarrow{\text{اختلاف}} ۸ + ۸ = ۱۶$

②

$\Delta = ۹ - ۴(۱)(-۲) = ۱۷$

$۳۶x^۲ - (m+۱۴)x + ۱ = ۰$

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵ \longrightarrow \frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}} \xrightarrow{\text{توان دو}} \frac{\overset{\frac{m+۱۴}{۳۶}}{\cancel{\beta+\alpha}} + ۲\overset{\frac{۱۲}{۳۶}}{\sqrt{\cancel{\alpha\beta}}}}{\underset{\frac{۱}{۳۶}}{\cancel{\alpha\beta}}} = ۲۵$

$\frac{\frac{m+۱۴+۱۲}{\cancel{۳۶}}}{\frac{۱}{\cancel{۳۶}}} = ۲۵ \Rightarrow \boxed{m = -۱}$

$-x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \to x^۲ - ۳x - ۲ = ۰ \quad \boxed{P = -۲}$

③

$۴x^۳ + Kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰$

$a + \beta = ۱ \to \quad \xrightarrow{۱} \left.\begin{array}{l} \alpha = -۱ \\ \beta = ۲ \end{array}\right\} \Rightarrow ۴x^۳ + Kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰ \Rightarrow ۱۴ - ۹ = K - ۲$

$a\beta = -۲ \to a = \frac{-۲}{\beta}$

$\boxed{K = -۳}$

④

$\Delta = ۳۶ - ۴a \to \frac{-۶ \pm \sqrt{۳۶-۴a}}{۲}$

$\nearrow -۳ + \sqrt{۹-a}$

$\searrow -۳ - \sqrt{۹-a}$

$\Rightarrow ۳(-۳+\sqrt{۹-a})^۲ + ۲(-۳-\sqrt{۹-a})^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\Rightarrow ۹۰ - ۵a - ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \Rightarrow -۵a - ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} - ۵$

$\boxed{a = ۱۲}$

⑤

$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \Rightarrow y_۱ + y_۲ = ۷$

$y_۱ \times y_۲ = -۵$

$۲P^۲ - ۳SP + ۲S = ۲(۲۵)^۲ = ۱۱۹۹$

⑥

$$\left.\begin{matrix} x_1 = \alpha \\ x_۲ = \beta \end{matrix}\right\} \longrightarrow ۲x^۲ - ax + b = ۰ \rightarrow \alpha + \beta = \frac{-۳}{۲} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} a = ۱۱ \\ b = -۶ \end{matrix}} \rightarrow \boxed{\frac{ab}{۲}} \rightarrow \boxed{\frac{-۶}{۲}} = -۳$$

$$\left.\begin{matrix} x'_1 = \alpha + \frac{1}{۲} \\ x'_۲ = \beta + \frac{1}{۲} \end{matrix}\right\} \longrightarrow ۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \longrightarrow S = \frac{-1}{۲} = \alpha + \beta + 1 \rightarrow \alpha + \beta = \frac{-۳}{۲}$$

$$P = (\alpha + \frac{1}{۲})(\beta + \frac{1}{۲}) = -۳ \rightarrow \alpha\beta + \cancel{\frac{\alpha}{۲} + \frac{\beta}{۲}}^{\frac{1}{۴}} + \frac{1}{۴} = -۳$$

⑦

$$ax^۲ - ax - b = ۰$$

$$۲.\beta^۳ + ۲.\alpha^۲ - ۲.\beta = ۱۷ \longrightarrow ۲.(۲\beta^۲ + \alpha^۲ - \beta) = ۱۷ \longrightarrow ۲.(\beta^۲ + \alpha^۲ + \beta^۲ - \beta) = ۱۷$$

$$۲.\left(1 + \frac{۲b}{a} + \frac{b}{a}\right) = ۱۷ \Rightarrow ۲. + \frac{۶.b}{a} = ۱۷ \rightarrow \frac{۶.b}{a} = -۳ \rightarrow -۲.b = a$$

$$\text{اختلاف ریشه‌ها} = \frac{\sqrt{a^۲ - ۴(a)(-b)}}{a}$$

$$a\beta^۲ - a\beta - b = ۰ \Rightarrow b = a(\beta^۲ - \beta)$$

$$\frac{\sqrt{a^۲ - ۴(a)(+\frac{a}{۲})}}{a} \qquad \frac{\sqrt{a^۲ - \frac{a^۲}{a}}}{a}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{۴a^۲}{۵}}}{a} = \frac{۲\alpha}{\sqrt{۵}} = \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}} \leftarrow$$

⑧

$$x^۲ - (a+1)x + a = ۰ \xrightarrow[\text{صفر است}]{\text{جمع ضرایب}} x_1 = 1$$

$$x_۲ = \frac{c}{a} \Rightarrow \boxed{۳} \text{ — چون دو عدد فرد طبیعی متوالی هستند} \longrightarrow \boxed{a = ۳}$$

$$x^۲ - ۴x + ۳ = ۰ \rightarrow (x-1)(x-۳) = ۰ \rightarrow \boxed{x = 1 , x = ۳}$$

$$x^۲ - ۱۰x + b = ۰ \quad \left.\begin{matrix} \alpha \\ \alpha + ۲ \end{matrix}\right\} \rightarrow ۲\alpha + ۲ = ۱۰ \rightarrow \boxed{\alpha = ۴} \quad \boxed{\alpha + ۲ = ۶}$$

$$\text{ضرب اختلاف ریشه‌ها} = (۳ - 1) \times (۶ - ۴) = ۴$$

⑨

$$x^۲ + x - 1 - m^۲ = ۰ \longrightarrow \Delta \geq ۰ \quad 1 - ۴(1)(-1 - m^۲) \geq ۰$$

$$\frac{-\Delta}{۴a} \qquad 1 + ۴ + ۴m^۲ > ۰ \rightarrow ۴m^۲ > -۵$$

$$m^۲ \geq ۰$$

$$\alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta = 1 + ۲(1 + m^۲) = ۳$$

⑩

$$\left.\begin{matrix} y = ۹a + ۳b + c \\ y = ۲۵a - ۵b + c \end{matrix}\right\} \longrightarrow \begin{matrix} ۹a + ۳b = ۲۵a - ۵b \\ ۸b = ۱۶a \rightarrow b = ۲a \end{matrix} \qquad \boxed{c = -1}$$

$$y = ax^۲ + ۲ax + c \longrightarrow \alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P \rightarrow ۴ - ۲P = ۵ \rightarrow P = \frac{-1}{۲}$$

$$\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-۴a^۲ + ۴(ac)}{۴a} = 1 \longrightarrow -a + c = 1 \rightarrow -a = -c + 1 \quad a = -1 + c$$

$$\frac{c}{a} = \frac{-1}{۲} \rightarrow \frac{c}{-1 + c} = \frac{-1}{۲} \qquad -1 + c = ۲c$$