نام و نام خانوادگی: کیمیا رجبی　　شماره پاسخنامه: ۱۹　　گروه یازدهم دختر A

۱۴

(1)

$۳x^۲ - ax + ۴ = ۰$

$x_1 = \alpha$, $x_2 = ۳\alpha$ $\longrightarrow P = ۳\alpha^۲ = \frac{۴}{۳} \longrightarrow \alpha^۲ = \frac{۴}{۹} \longrightarrow \alpha = \pm \frac{۲}{۳}$

$\alpha = \frac{۲}{۳} \longrightarrow ۳ \times \frac{۴}{۹} - \frac{۲}{۳}a + ۴ = \frac{۱۲+۳۶}{۹} = \frac{۲}{۳}a \longrightarrow a = ۸$

$\alpha = -\frac{۲}{۳} \longrightarrow ۳ \times \frac{۴}{۹} + \frac{۲}{۳}a + ۴ = \frac{۴۸}{۹} = -\frac{۲}{۳}a \Rightarrow a = -۸$

اختلاف $\longrightarrow ۸ + ۸ = ۱۶$

۴

(2)

$۳۶x^۲ - (m+۱۴)x + ۱ = ۰$　　$\Delta = a - ۴(۱)(-۲) = ۱۷$

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = ۵ \longrightarrow \frac{\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}}$ توان دو $\longrightarrow \frac{\beta + \alpha + ۲\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = ۲۵$　($\beta+\alpha = \frac{m+۱۴}{۳۶}$, $\sqrt{\alpha\beta} = \frac{۱}{۶}$, $\alpha\beta = \frac{۱}{۳۶}$)

$\frac{m+۱۴+۱۲}{۳۶} \cdot ۳۶ = ۲۵ \Rightarrow \boxed{m = -۱}$　$= x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \rightarrow x^۲ - ۳x - ۲ = ۰$　$\boxed{P = -۲}$

۴

(3)

$۴x^۳ + Kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰$

$\alpha + \beta = ۱ \longrightarrow$　$\alpha = -۱$, $\beta = ۲$ $\Rightarrow ۴x^۳ + Kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰ \Rightarrow ۱۴ - ۹ = K - ۲$

$\alpha\beta = -۲ \longrightarrow \alpha = \frac{-۲}{\beta}$　$\boxed{K = -۳}$

۴

(4)

$\Delta = ۳۶ - ۴a \longrightarrow \frac{-۶ \pm \sqrt{۳۶ - ۴a}}{۲}$ $\nearrow -۳ + \sqrt{۹ - a}$, $\searrow -۳ - \sqrt{۹ - a}$

$\Rightarrow ۳(-۳ + \sqrt{۹-a})^۲ + ۲(-۳ - \sqrt{۹-a})^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\Rightarrow ۹۰ - ۵a - ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \Rightarrow -۵a - ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} - ۵$

$\boxed{a = ۱۱}$

۴

(5)

$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \Rightarrow y_1 + y_2 = ۷$, $y_1 y_2 = -۵$

$t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \rightarrow t = \frac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲}$ (غلط)

$۲P^۲ - ۳SP + ۲S = ۲(۲۵)^۲ = ۱۲۵۰$

$x^۲ = \frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲} \rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$, $x_2 = -\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \rightarrow S = ۰$, $P = \left(\frac{-۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)$

$۲P^۲ - ۳SP + ۲S = ۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$

۰

(6)

$x_1 = \alpha$, $x_2 = \beta$ $\Big\} \longrightarrow 2x^2 - ax + b = 0 \to \alpha + \beta = \frac{-3}{2} \Rightarrow \boxed{a = 1}$, $\boxed{b = -6}$ $\to \frac{b}{a}$ … $\boxed{\frac{-6}{2}}$ …

$x'_1 = \alpha + \frac{1}{2}$, $x'_2 = \beta + \frac{1}{2}$ $\Big\} \longrightarrow 2ax^2 + ax - 6 = 0 \longrightarrow S = \frac{-1}{2} = \alpha + \beta + 1 \to \alpha + \beta = \frac{-3}{2}$

$P = (\alpha + \frac{1}{2})(\beta + \frac{1}{2}) = -3 \to \alpha\beta + \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \frac{1}{4} = -3$

---

(7)

$ax^2 - ax - b = 0$

$2\beta^2 + 2\alpha^2 - 2\beta = 17 \longrightarrow 2(2\beta + \alpha^2 - \beta) = 17 \longrightarrow 2(\beta^2 + \alpha^2 + \beta^2 - \beta) = 17$

$2(1 + \frac{2b}{a} + \frac{b}{a}) = 17 \Rightarrow 2 + \frac{6b}{a} = 17 \to \frac{6b}{a} = -3 \to -2b = a$

اختلاف ریشه‌ها $= \frac{\sqrt{a^2 - 4(a)(-b)}}{a}$

$a\beta^2 - a\beta - b = 0 \Rightarrow b = a(\beta^2 - \beta)$

$\frac{\sqrt{\frac{4a^2}{5}}}{a} = \frac{2\alpha}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}} \leftarrow \frac{\sqrt{a^2 - 4(a)(\frac{a}{2})}}{a}$ …

---

(8)

$x^2 - (a+1)x + a = 0$ جمع ضرایب صفر است $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow \boxed{3}$ — چون دو عدد طبیعی متوالی هستند $\longrightarrow \boxed{a = 3}$

$x^2 - 4x + 3 = 0 \to (x-1)(x-3) = 0 \to \boxed{x = 1, x = 3} \to P = 3$

$x^2 - 10x + b = 0$ α, $\alpha + 2$ $\Big\} \to 2\alpha + 2 = 10 \to \boxed{\alpha = 4}$, $\boxed{\alpha + 2 = 6}$ $\Big\} P = 24$

ضرب اختلاف ریشه‌ها $= (3 - 1) \times (6 - 4) = 4$ $\quad 24 - 3 = 21$

---

(9)

$x^2 + x - 1 - m^2 = 0 \longrightarrow \Delta \geq 0 \quad 1 - 4(1)(-1 - m^2) \geq 0$

$\frac{-\Delta}{4a}$ $\quad 1 + 4 + 4m^2 > 0 \to 4m^2 > -5$

$m^2 \geq 0$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 + 2(1 + m^2) = 3$

$x_s = -1 \quad y = ax^2 + 2ax + a + 1 \quad \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \longrightarrow a = \frac{-2}{3}$

$a + 1 = \frac{1}{3} \leftarrow$ عرض از مبدأ

---

(10)

$y = 9a + 3b + c$, $y = 25a - 5b + c$ $\Big\} \longrightarrow 9a + 3b = 25a - 5b$, $8b = 16a \to b = 2a$ $\quad \boxed{c = -1}$

$y = ax^2 + 2ax + c \longrightarrow \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \to 4 - 2P = 5 \to P = -\frac{1}{2}$

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4a^2 + 4(ac)}{4a} = 1 \longrightarrow -a + c = 1 \to -a = -c + 1$, $a = -1 + c$ $\quad \frac{c}{a} = \frac{-1}{2} \to \frac{c}{-1 + c} = \frac{-1}{2}$, $-1 + c = 2c$