

بنام خدا

(یازدهم دختره A)

استایش خدایا

① به ازای در مقدار a یک ریشه‌ی معادله‌ی $3x^2 - ax + 4 = 0$ سه برابر ریشه‌ی دیگر است. افتلات این در مقدار a را بیابید؟

$$\alpha = 3\beta$$

$$\frac{a}{3} = 4\beta$$

$$a = 12\beta$$

$$\beta^2 = \frac{4}{9}$$

$$\beta = \pm \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} = 3\beta^2$$

$$\beta = \frac{2}{3} \rightarrow \textcircled{1}$$

$$\beta = -\frac{2}{3} \rightarrow \textcircled{-1}$$

جواب $\textcircled{14}$

② مجموع جذر معادله‌ی $3x^2 - (m+14)x + 1 = 0$ برابر ۵ است. حاصل جذر ریشه‌های معادله‌ی $mx^2 + 3x + 2 = 0$ چیست؟

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 5$$

$$\frac{\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}} = 5$$

$$S = \frac{m+14}{3} = \alpha + \beta$$

$$\frac{5}{9} = \sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}$$

$$P = \frac{1}{3} = \alpha\beta$$

$$\frac{25}{36} = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}$$

$$\frac{25}{36} = \frac{m+14+12}{36}$$

$$\frac{25}{36} = \frac{m+14}{36} + 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3}$$

$$25 = m + 26$$

$$\frac{1}{m} = \textcircled{-2}$$

$$\textcircled{-1 \geq m}$$

③ اگر α, β ریشه‌های معادله $x^3 + kx^2 - 9x - 2 = 0$ و $\alpha + \beta = 1$ باشد مقدار k را بیابید؟

$$\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 1$$

$$\alpha^2 + \beta^2 - 2 = 1$$

$$\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = 3 \\ \alpha + \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = -1 \end{cases}$$

$$k = -3$$

⑤

$$02 - 2 + k + 9 - 2 \Rightarrow k = -3 \checkmark$$

$$3\alpha^2 + 2\beta^2 - 18 - 2 = 0$$

$$\hookrightarrow k = -3 \checkmark$$

④ اگر α, β ریشه‌های معادله $x^2 + 4x + a = 0$ و $\alpha < \beta < 0$ باشد مقدار $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 15$ را بیابید؟

$$\alpha + \beta = -4$$

$$15 + 3\beta^2 + 34\beta + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 15$$

$$\alpha = -4 - \beta$$

$$5\beta^2 + 34\beta + 13 - 12\sqrt{2} = 0$$

$$\alpha^2 = 34 + \beta^2 + 12\beta$$

$$\alpha = -3 - 2\sqrt{2}$$

$$\beta = -3 + 2\sqrt{2}$$

⑤

$$\begin{cases} \alpha^2 = 9 + 4z\sqrt{2} + 2z^2 \\ \beta^2 = 9 - 4z\sqrt{2} + 2z^2 \end{cases} \rightarrow 3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 15 \Rightarrow z = 2$$

$$p = \frac{c}{a} = a = \alpha\beta \rightarrow a = (-3 + 2\sqrt{2})(-3 - 2\sqrt{2})$$

$$a = 1 \leftarrow$$

$$= 9 - 8 = 1$$

⑤ اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 - vx - \Delta = 0$ به ترتیب S و P باشد حاصل عبارت $2P^2 - 3SP + 2S$ چیست؟

$$x^2 - vx - \Delta = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{v \pm \sqrt{v^2 + 4\Delta}}{2} = x_1, x_2$$

$$t^2 - vt - \Delta = 0$$

$$\Delta = 49 - 8 \times 1 \times -1 = 49 + 8 = 57$$

$$t_1, t_2 = \frac{v \pm \sqrt{v^2 + 4\Delta}}{2} \quad S = 0, P = \frac{-v - \sqrt{v^2 + 4\Delta}}{2}$$

$$\frac{v + \sqrt{v^2 + 4\Delta}}{2} = x^2 \quad 2P^2 - 3SP + 2S = 57 + v\sqrt{49}$$

⑥ ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ نیم واحد از ریشه‌های معادله $bx^2 + cx + a = 0$ چیست؟

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{مقدار} \quad \left[\frac{ab}{c} \right] \quad \text{است} \quad 2ax^2 + a^2 - 4 = 0$$

$$\alpha\beta = -\frac{c}{a} \quad -\frac{c}{a} = \frac{b}{r} \quad \boxed{-4 = ab} \quad a = -\frac{4}{b}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{r}$$

$$\alpha + \beta + 1 = \frac{a}{r}$$

$$\boxed{a = 1} \quad \alpha + \beta = \frac{a - r}{r} \quad -\frac{1}{r} = \frac{a - r}{r}$$

$$\left[-\frac{4}{c} \right] = \left[\frac{-3}{r} \right] = -2$$



$$S = 1$$

$$p = -\frac{b}{a}$$

⑦ اگر α, β ریشه های متناظر معادله $x^2 - ax - b = 0$ و $\alpha^2 + 2\alpha - \beta = 17$ ،

افتلات ریشه های معادله چیست؟

$$2\beta^2 + \alpha^2 - \beta = \frac{17}{2}$$

$$2\beta^2 + 1 + \beta^2 - 2\beta - \beta = \frac{17}{2}$$

$$3\beta^2 - 3\beta + 1 = \frac{17}{2}$$

$$\alpha - \beta = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

ریشه های $6\alpha^2 - 6\beta + 3 = 0$ (ریشه های α)

$$p = p' \quad (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - \frac{4}{p_0}$$

$$p' = \frac{1}{p_0} \quad 1 - \frac{4}{p_0} = \frac{4}{5} \rightarrow (\alpha - \beta)^2 = \frac{4}{5}$$

① ریشه های معادله $x^2 - (a+1)x + a = 0$ دو درجه متوالی طبیعی را

ریشه های معادله $x^2 - (3a+1)x + b = 0$ در درجه متوالی

است. افتلات حاصل ضرب ریشه های دو معادله را بیابید.

① معادله $\alpha, \alpha+1$ ② معادله $\beta, \beta+2$

$$a+1 = 2\alpha+1 \Rightarrow a = 2\alpha$$

$$a = \alpha^2 + 2\alpha \Rightarrow \alpha^2 + \alpha - 1 = \alpha \quad (\alpha = \pm 1) \rightarrow \alpha = +1$$

$$2\beta+2 = 3a+1 \Rightarrow \beta+1 = 3 \Rightarrow \beta = 2$$

$$\beta^2 + 2\beta = b \Rightarrow b = 24$$

$$24 - 3 = 21$$

⑨ اگر α, B ریشه های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشند بگویند

مقدار ممکن برای $\alpha + B^2$ را بیابید

$$\alpha + B = -1$$

$$\alpha^2 + B^2 + 2\alpha B = 1$$

$$\alpha^2 + B^2 = 1 + 2 + 2m^2 = 3 + 2m^2$$

$$3 + 2m^2 \xrightarrow{\text{Min}} m=0 \rightarrow m \geq 0$$

$$\alpha B = -1 - m^2$$

$$\boxed{\mu}$$

5

⑩ نقاط $A(3, y)$, $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده اند عرض رأس سهمی

برابری است اگر این سهمی محورهای در نقاطی به طول های

α, B قطع کند و $\alpha + B^2 = 0$ باشد این سهمی محورهای در نقطه ای

باید عرض افقی کند؟

$$x_s = -1$$

$$y_s = 1$$

$$y = a(x+1)^2 + 1$$

$$y = ax^2 + 2ax + a + 1$$

$$\alpha + B = \frac{-2a}{a}$$

$$\alpha^2 + B^2 + 2\alpha B = 0$$

$$\alpha$$

$$2\alpha B = -1$$

$$\alpha B = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{a+1}{a} = -\frac{1}{2}$$

$$-a = 2a + 2$$

$$-2 = 3a$$

$$a = -\frac{2}{3}$$

5

$$\boxed{\frac{1}{\mu}}$$

جواب