آرشا یحیوی یازدهم ریاضی A تألیفی شماره ۱۸

۱- $\frac{\text{طول}}{\text{عرض}}=\frac{۵}{۴} \rightarrow \frac{۵+x}{۴}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \rightarrow ۱۰+۲x=۴+۴\sqrt{۵} \rightarrow x=۲\sqrt{۵}-۳$

$\text{طول ذوزنقه}=x+۵=۲\sqrt{۵}-۳+۵=۲\sqrt{۵}+۲ \qquad S_۱=۴\times۵=۲۰ \qquad S_۲=۴\times(۲+۲\sqrt{۵})=۸\sqrt{۵}+۸$

$\frac{S_۲}{S_۱}=\frac{۸+۸\sqrt{۵}}{۲۰}=\frac{۲\sqrt{۵}+۲}{۵}$

۲- $\frac{\text{قطر}}{\text{طول}}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \qquad \text{عرض}:(۱+\sqrt{۵})^۲-(۲)^۲=۱+۲\sqrt{۵}+۵-۴=۲\sqrt{۵}+۲=(\text{عرض})^۲$

$\left(\frac{\text{طول}}{\text{عرض}}\right)^۲=\frac{۴}{۲\sqrt{۵}+۲}\times\frac{۲\sqrt{۵}-۲}{۲\sqrt{۵}-۲}=\frac{۸\sqrt{۵}-۸}{۱۶}=\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$

۳- $۳a+\sqrt{۲a^۲+۴a}=۲ \rightarrow \sqrt{۲a^۲+۴a}=۲-۳a \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۲a^۲+۴a=۹a^۲-۱۲a+۴ \rightarrow ۷a^۲-۱۶a+۴=۰$

$\Delta:b^۲-۴ac=(۱۶)^۲-۴(۷)(۴)=۱۴۴ \qquad a=\frac{۱۶\pm۱۲}{۱۴} \rightarrow a=۲ \;,\; a=\frac{۲}{۷}$

$a=۲ \rightarrow ۳(۲)+\sqrt{۲(۲)^۲+۴(۲)}=۱۰\neq۲$ غ ق ق

$a=\frac{۲}{۷} \rightarrow ۳\left(\frac{۲}{۷}\right)+\sqrt{۲\left(\frac{۲}{۷}\right)^۲+۴\left(\frac{۲}{۷}\right)}=۲ \checkmark$ ق ق $\Rightarrow a=\frac{۲}{۷}$

$\frac{a+۱}{a}=\frac{\frac{۲}{۷}+۱}{\frac{۲}{۷}}=\frac{۹}{۷}\times\frac{۷}{۲}=\frac{۹}{۲}=۴٫۵$

۴- $(\sqrt{x+۱})(۳-\sqrt{x-۱})(\sqrt{x-۱})-(\sqrt{x+۱})(\sqrt{x-۱}+۳)(\sqrt{x-۱})=(x-۱)(\sqrt{x-۱}+۳)(-\sqrt{x-۱}+۳)$

$\cancel{۳\sqrt{x^۲-۱}}+(۱-x)\sqrt{x+۱}+(۱-x)\sqrt{x+۱}-\cancel{۳\sqrt{x^۲-۱}}=(۱۰-x)(x-۱)$

$-۲(\cancel{x-۱})\sqrt{x+۱}=(۱۰-x)(\cancel{x-۱}) \rightarrow -۲\sqrt{x+۱}=۱۰-x \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۴x+۴=۱۰۰-۲۰x+x^۲$

$\rightarrow x^۲-۲۴x+۹۶=۰ \quad \begin{cases}\Delta>۰\\ S>۰\\ P>۰\end{cases} \rightarrow$ دو ریشه مثبت دارد { ۱و۱۰ که ریشه‌های مفروض ما هستند جز ریشه‌های معادله نیستند

$(۱)^۲-۲۴(۱)+۹۶\neq۰ \qquad (۱۰)^۲-۲۴(۱۰)+۹۶\neq۰$

۵- $(۲-\sqrt{۲-x})(۵\sqrt{۲-x})-(\sqrt{۲-x}+۲)(۵\sqrt{۲-x})=(۲-x)(\sqrt{۲-x}+۲)(۲-\sqrt{۲-x})$

$۱۰x-۲۰=۴-x^۲ \rightarrow x^۲+۱۰x-۲۴=۰ \quad \begin{cases}\Delta>۰\\ S<۰\\ P<۰\end{cases} \rightarrow$ یک ریشه مثبت دارد ۲ که ریشه مفروض هست ریشه مثبت معادله بود

کاذب شد

$(۲)^۲+۱۰(۲)-۲۴=۰$

⇐ معادله ریشه مثبت ندارد!

۶- $\frac{۱}{x^۲}+\frac{۱}{(۱-x)^۲}=\frac{۱۴۰}{۹} \longrightarrow \frac{۲x^۲-۲x+۱}{x^۲(۱-x)^۲}=\frac{۱۴۰}{۹} \longrightarrow \frac{۲(x(x-۱)+\frac{۱}{۲})}{(x(x-۱))^۲}=\frac{۲}{x(x-۱)}+\frac{۱}{(x(x-۱))^۲}$

$x(x-۱)=t \rightarrow \frac{۲}{t}+\frac{۱}{t^۲}=\frac{۱۴۰}{۹} \longrightarrow \frac{۲t+۱}{t^۲}=\frac{۱۴۰}{۹} \longrightarrow ۱۴۰t^۲-۱۸t-۹=۰ \longrightarrow \Delta=۶۰۸۴$

$t=\frac{۱۸\pm۷۸}{۳۲۰} \longrightarrow t=\frac{۳}{۱۰} \quad t=\frac{-۳}{۱۶}$

$t=۰/۳ \rightarrow x^۲-x-۰/۳=۰ \longrightarrow x=\frac{۱\pm\sqrt{۲/۲}}{۲}$

$t=\frac{-۳}{۱۶} \rightarrow x^۲-x+\frac{۳}{۱۶}=۰ \longrightarrow x=\frac{۱\pm۰/۵}{۲}$

جمع ریشه‌ها: $\frac{۱+\cancel{\sqrt{۲/۲}}+۱-\cancel{\sqrt{۲/۲}}+۱+\cancel{۰/۵}+۱-\cancel{۰/۵}}{۲}=\frac{۴}{۲}=۲$

یا می‌تونستیم بگیم S هر دو معادله ۱ هستش پس ۲ = ۱+۱

۷- $-x^۲+۶x-۸\geq۰ \rightarrow x^۲-۶x+۸\leq۰$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & & ۲ & & ۴ & \\ \hline & + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$$

$D_۱: ۲\leq x\leq۴$

$-x^۳+۴x^۲+۲۵x-۱۰۰\geq۰ \rightarrow (x-۴)(x^۲-۲۵)\leq۰$

$$\begin{array}{c|ccccccc} x & & -۵ & & ۴ & & ۵ & \\ \hline & - & ۰ & + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$$

$D_۲: (-\infty,-۵]\cup[۴,۵]$

$D_۱\cap D_۲=\{۴\} \longrightarrow \sqrt{۴}+\sqrt{۱۶}=۴+۲ \rightarrow ۲+۴=۶$ ✓

معادله یک جواب دارد

۸- $x<-۲ \rightarrow -x-۲-x+۱=\frac{-x}{۳}+\frac{۱۷}{۳} \rightarrow -۲x+\frac{x}{۳}=\frac{۱۷}{۳}+\frac{۳}{۳} \rightarrow \frac{-۵x}{۳}=\frac{۲۰}{۳} \quad \boxed{x=-۴,\ y=۷}$

$-۲\leq x<۱ \rightarrow +x+۲-x+۱=\frac{-x}{۳}+\frac{۱۷}{۳} \rightarrow \frac{-x}{۳}=\frac{۹}{۳}-\frac{۱۷}{۳} \rightarrow \frac{-x}{۳}=\frac{-۸}{۳} \rightarrow x=۸$ ✗ توی بازه نیست

$x\geq۱ \rightarrow x+۲+x-۱=\frac{-x}{۳}+\frac{۱۷}{۳} \rightarrow ۲x+\frac{x}{۳}=\frac{۱۷}{۳}-\frac{۳}{۳} \rightarrow \frac{۷x}{۳}=\frac{۱۴}{۳} \rightarrow \boxed{x=۲,\ y=۵}$

$\overline{AB}=\sqrt{(۲+۴)^۲+(۵-۷)^۲}=\sqrt{۳۶+۴}=\sqrt{۴۰}=۲\sqrt{۱۰}$

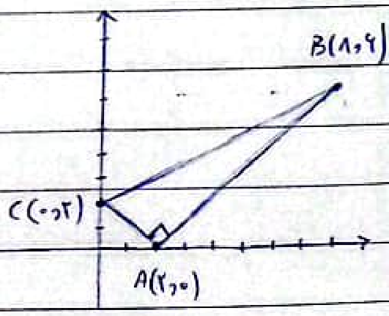
---

۹ تابع قدرمطلق زاویه ۹۰ درجه داره!

$y=\sqrt{(x-۲)^۲} \Rightarrow y=|x-۲| \quad , \quad y=\frac{۱}{۲}x+۲$

$\frac{۱}{۲}x+۲=x-۲ \longrightarrow x=۸,\ y=۶$

$\frac{۱}{۲}x+۲=-x+۲ \rightarrow x=۰,\ y=۲$



$\overline{AB}=\sqrt{۳۶+۳۶}=۶\sqrt{۲} \qquad \overline{AC}=\sqrt{۴+۴}=۲\sqrt{۲}$

$S=\frac{۶\sqrt{۲}\times۲\sqrt{۲}}{۲}=۱۲$

۱۰ـ $\frac{۱}{x} + \frac{۱}{x+۹} = \frac{۱}{۲۰} \rightarrow \frac{۲x+۹}{x^۲+۹x} = \frac{۱}{۲۰}$

$\rightarrow ۴۰x + ۱۸۰ = x^۲ + ۹x \rightarrow x^۲ - ۳۱x - ۱۸۰ = ۰$

$\rightarrow (x - ۳۶)(x + ۵) = ۰ \rightarrow \boxed{x = ۳۶}$ $x = -۵$ غ ق ق

۳۶ ساعت : بزرگ