تکلیف شماره ۱۸　　بهاره مدرسی　　یازدهم دختر A

(۲۰)

①

$$\frac{x}{y}=\frac{۵}{۴} \rightarrow \frac{x'}{y}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

$$۴x=۵y \rightarrow x=\frac{۵y}{۴} \qquad x'=\frac{y\times(۱+\sqrt{۵})}{۲}$$

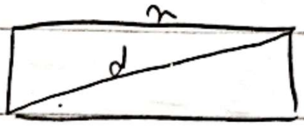
(۵)

$$S_{\text{جدید}}=\frac{y(۱+\sqrt{۵})}{۲}\times y=\frac{y^۲(۱+\sqrt{۵})}{۲}$$

$$S_{\text{اولیه}}=\frac{۵y}{۴}\times y=\frac{۵y^۲}{۴}$$

$$\frac{S_{\text{جدید}}}{S_{\text{اولیه}}}=\frac{y^۲(۱+\sqrt{۵})\times ۴}{۲\times ۵y^۲}=\frac{۴(۱+\sqrt{۵})}{۵\times ۲}=\frac{۲(۱+\sqrt{۵})}{۵}=\frac{۲+۲\sqrt{۵}}{۵}$$

②



$$x^۲+y^۲=d^۲$$

$$\sqrt{x^۲+y^۲}=d$$

(۵)

$$\frac{d}{x}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

$$\frac{d}{x}=\frac{\sqrt{x^۲+y^۲}}{x}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

به توان ۲

$$\frac{x^۲+y^۲}{x^۲}=\frac{۱+۵+۲\sqrt{۵}}{۴} \rightarrow \frac{x^۲+y^۲}{x^۲}=\frac{۶+۲\sqrt{۵}}{۴}$$

$$\frac{x^۲+y^۲}{x^۲}=\frac{۲(۳+\sqrt{۵})}{۴} \rightarrow \frac{x^۲+y^۲}{x^۲}=\frac{۳+\sqrt{۵}}{۲}$$

$$۲x^۲+۲y^۲=۳x^۲+\sqrt{۵}x^۲$$

$$۲y^۲=(۱+\sqrt{۵})x^۲ \longrightarrow \frac{x^۲}{y^۲}=\frac{۲}{۱+\sqrt{۵}}\times\frac{۱-\sqrt{۵}}{۱-\sqrt{۵}}$$

$$=\frac{۲(۱-\sqrt{۵})}{۱-۵}=\frac{۲(۱-\sqrt{۵})}{-۴}=\frac{۱-\sqrt{۵}}{-۲}=\boxed{\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}}$$

$$۳a+\sqrt{۲a^۲+۴a}=۲ \qquad \frac{a+۱}{a}$$ ③

۵

$$\sqrt{۲a^۲+۴a}=۲-۳a$$

$$۲a^۲+۴a=۴+۹a^۲-۱۲a$$

$$۷a^۲-۱۶a+۴=۰$$

$$\Delta=۲۵۶-۱۱۲=۱۴۴$$

$$a=\frac{۱۶\pm\sqrt{۱۴۴}}{۱۴}=\frac{۱۶\pm۱۲}{۱۴} \longrightarrow a=۲,\quad a=\frac{۲}{۷}$$

$a=۲ \longrightarrow ۶+\sqrt{۱۶}\neq۲$ غ‌ق‌ق

$$a=\frac{۲}{۷} \longrightarrow \frac{۶}{۷}+\sqrt{۲\times\frac{۴}{۴۹}+\frac{۸}{۷}}=\frac{۶}{۷}+\sqrt{\frac{۸+۵۶}{۴۹}}$$

$=\frac{۶}{۷}+\sqrt{\frac{۶۴}{۴۹}}=\frac{۶}{۷}+\frac{۸}{۷}=\frac{۱۴}{۷}=۲$ ق‌ق

$$a=\frac{۲}{۷} \Longrightarrow \frac{a+۱}{a}=\frac{\frac{۲}{۷}+۱}{\frac{۲}{۷}}=\frac{\frac{۹}{۷}}{\frac{۲}{۷}}=\frac{۹}{۲}=\boxed{۴٫۵}$$

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+۳} - \frac{\sqrt{x+1}}{۳-\sqrt{x-1}} = \frac{x-۱}{\sqrt{x-1}}$$ ④

۵

$$\frac{\sqrt{x+1}(۳-\sqrt{x-1}) - \sqrt{x+1}(\sqrt{x-1}+۳)}{۹-x+۱} =$$

$$\frac{\sqrt{x+1}(۳-\sqrt{x-1}-۳-\sqrt{x-1})}{۱۰-x} = \frac{\sqrt{x+1}(-۲\sqrt{x-1})}{۱۰-x}$$

$$\frac{\sqrt{x+1}(-۲\cancel{\sqrt{x-1}})}{۱۰-x} = \frac{x-۱}{\sqrt{x-1}} = \cancel{\sqrt{x-1}}$$

$$\frac{-۲\sqrt{x+1}}{۱۰-x} = ۱$$

$$-۲\sqrt{x+1} = ۱۰-x \rightarrow \boxed{x \geq ۱۰}$$

$x-۱ > ۰$
$x > ۱$

بتوان ۲ برسانیم

$$۴x+۴ = ۱۰۰ + x^۲ - ۲۰x$$

$$x^۲ - ۲۴x + ۹۶ = ۰$$

$$\Delta = ۲۴^۲ - ۴ \times ۹۶ = ۵۷۶ - ۳۸۴ = ۱۹۲$$

$$x = \frac{+۲۴ \pm \sqrt{۱۹۲}}{۲}$$

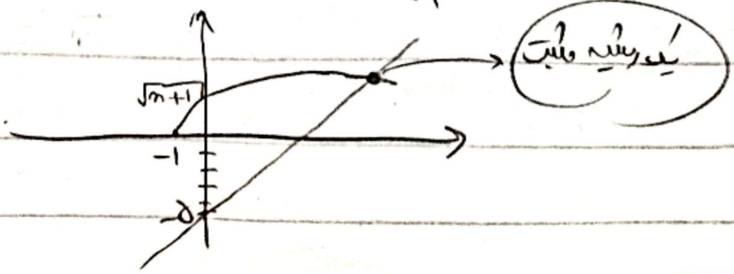
$$x = ۱۲ \pm ۴\sqrt{۳} \rightarrow x = ۱۲ + ۴\sqrt{۳}$$ قق → یک ریشه مثبت

$$\rightarrow x = ۱۲ - ۴\sqrt{۳}$$ غ‌قق

با توجه شرط

یا

$$-۲\sqrt{x+1} = ۱۰-x \rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{۱۰-x}{-۲} \rightarrow \sqrt{x+1} = -۵ + \frac{x}{۲}$$



(۵)

$$\frac{۱}{\sqrt{۲-x}+۲}-\frac{۱}{۲-\sqrt{۲-x}}=\frac{۲-x}{۵\sqrt{۲-x}}$$

$$\frac{۲-\sqrt{۲-x}-۲-\sqrt{۲-x}}{۴-۲+x}=\frac{-۲\sqrt{۲-x}}{۲+x}=\frac{\sqrt{۲-x}}{۵}$$

$$\frac{-۲}{۲+x}=\frac{۱}{۵}$$

$-۱۰=۲+x$

$-۱۲=x$ غ‌ق‌ق

ریشه ثبت ندارد

④ ۵

$$\frac{۱}{x^۲}+\frac{۱}{(۱-x)^۲}=\frac{۱۶۰}{۹}$$

$$\to \frac{(۱-x)^۲+x^۲}{x^۲(۱-x)^۲}=\frac{۱۶۰}{۹} \to \frac{۲x^۲+۱-۲x}{(x-x^۲)^۲}=\frac{۱۶۰}{۹}$$

$$\frac{۲(x^۲-x)+۱}{(x^۲-x)^۲}=\frac{۱۶۰}{۹}$$

$$x^۲-x=t$$

$$\frac{۲t+۱}{t^۲}=\frac{۱۶۰}{۹} \to ۱۸t+۹=۱۶۰t^۲$$

$$۱۶۰t^۲-۱۸t-۹=۰$$

$$\Delta=۱۸^۲+۴\times۹\times۱۶۰=۶۰۸۴$$

$$t=\frac{+۱۸\pm\sqrt{۶۰۸۴}}{۲\times۱۶۰}=\frac{۱۸\pm۷۸}{۲\times۱۶۰} \to t=\frac{۳}{۱۰}$$

$$\to t=\frac{-۳}{۱۶}$$

$$t=\frac{۳}{۱۰} \to x^۲-x=\frac{۳}{۱۰}$$

$$x^۲-x-\frac{۳}{۱۰}=۰ \to S=۱$$

$$t=\frac{-۳}{۱۶} \to x^۲-x=\frac{-۳}{۱۶}$$

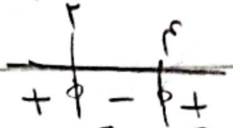
$$x^۲-x+\frac{۳}{۱۶}=۰ \to S=۱$$

جمع ریشه ها $=۱+۱=\boxed{۲}$

$\sqrt{x+\sqrt{-x^۳+۴x^۲+۲۵x-۱۰۰}}+\sqrt{x^۲+\sqrt{-x^۲+۶x-۸}}=x+۲$ (۷)

(۵)

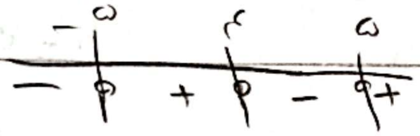
$-x^۲+۶x-۸\geqslant ۰ \longrightarrow x^۲-۶x+۸=(x-۲)(x-۴)\leqslant ۰$



$x\in[۲,۴]$ ①

$-(x^۳-۴x^۲-۲۵x+۱۰۰)\geqslant ۰$

$x^۳-۴x^۲-۲۵x+۱۰۰\leqslant ۰ \longrightarrow (x-۴)(x^۲-۲۵)\leqslant ۰$



$x\in(-\infty,-۵]\cup[۴,۵]$ ②

$①\cap② \Longrightarrow \{۴\}$

$\sqrt{۴+\sqrt{\underbrace{-۶۴+۶۴+۱۰۰-۱۰۰}_{\text{صفر}}}}+\sqrt{۱۶+\sqrt{\underbrace{-۱۶+۲۴-۸}_{\text{صفر}}}}$

$=۲+۴=\boxed{۶} \rightarrow$ یک جواب دارد

$y=\big||x+۲|+|x-۱|\big|$ (۸)

$۳y+x=۱۷$

$y=\frac{۱۷-x}{۳}$

(۳)

$\underbrace{\big||x+۲|+|x-۱|\big|}_{\text{به توان ۲}}=\frac{-x+۱۷}{۳}$

$x^۲+۴+۴x+x^۲+۱-۲x+۲(x^۲+x-۲)=\frac{۲۸۹+x^۲-۳۴x}{۹}$

$۲x^۲+۵+۲x+۲x^۲+۲x-۴=\frac{۲۸۹+x^۲-۳۴x}{۹}$

$۹(۴x^۲+۴x+۱)=۲۸۹+x^۲-۳۴x$

$۳۶x^۲+۳۶x+۹-۲۸۹-x^۲+۳۴x=۰$

$۳۵x^۲+۷۰x-۲۸۰=۰$

$\div ۳۵ \quad x^۲+۲x-۸=۰$

$(x+۴)(x-۲)=۰ \longrightarrow x=-۴$
$\qquad\qquad\quad\ \ \llcorner\!\rightarrow x=۲$

$x=۲ \longrightarrow y=|۴|+|۱|=۵$

$x=-۴ \longrightarrow y=|-۴+۲|+|-۴-۱|=۲+۵=۷$

$A\left|\begin{matrix}۲\\۵\end{matrix}\right.$

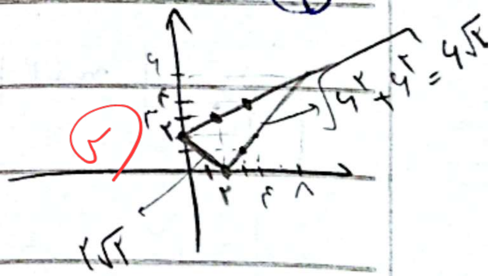
$\overline{AB}=\sqrt{(۷-۵)^۲+(-۴-۲)^۲}$

$B\left|\begin{matrix}-۴\\۷\end{matrix}\right.$

$\overline{AB}=\sqrt{۲^۲+۶^۲}=\sqrt{۳۶+۴}=\sqrt{۴۰}$

$\overline{AB}=\sqrt{۴۰}=\boxed{۲\sqrt{۱۰}}$

$y=\sqrt{x^۲-۴x+۴} \qquad y=\frac{۱}{۲}x+۲$ ⑨



$S=\frac{۲\sqrt{۲}\times۶\sqrt{۲}}{۲}=\boxed{۱۲}$

$\sqrt{x^۲-۴x+۴}=\frac{۱}{۲}x+۲$

$x^۲-۴x+۴=\frac{x^۲}{۴}+۴+۲x$

$۴x^۲-۱۶x+۱۶=x^۲+۱۶+۸x$

$۳x^۲-۲۴x=۰$

$۳x(x-۸)=۰$

$\hookrightarrow x=۰ \rightarrow y=\sqrt{۴}=۲ \qquad \left|\begin{matrix}۰\\۲\end{matrix}\right.$

$\hookrightarrow x=۸ \rightarrow y=\sqrt{۶۴-۳۲+۴}=۶ \qquad \left|\begin{matrix}۸\\۶\end{matrix}\right.$

$\left|\begin{matrix}۰\\۲\end{matrix}\right.$

کوچکتر $x = ۷۲$ شمار $x+9 = ۸۱$ ⑩

(۲)

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+9}=\frac{1}{۲۰}\right)\times ۲۰x(x+9)$$

$$۲۰x+۱۸۰+۲۰x-x^{۲}-۹x=۰$$

$$x^{۲}-۳۱x-۱۸۰=۰$$

$$\Delta=۹۶۱+۱۸۰\times۴=۹۶۱+۷۲۰=۱۶۸۱$$

$$x=\frac{۳۱\pm\sqrt{۱۶۸۱}}{۲}=\frac{۳۱\pm۴۱}{۲}\rightarrow x=۳۶ \checkmark$$

$$x=-۵ \text{ غ ق ق}$$

کوزه به تنهایی در $\boxed{\text{۳۶ ساعت}}$